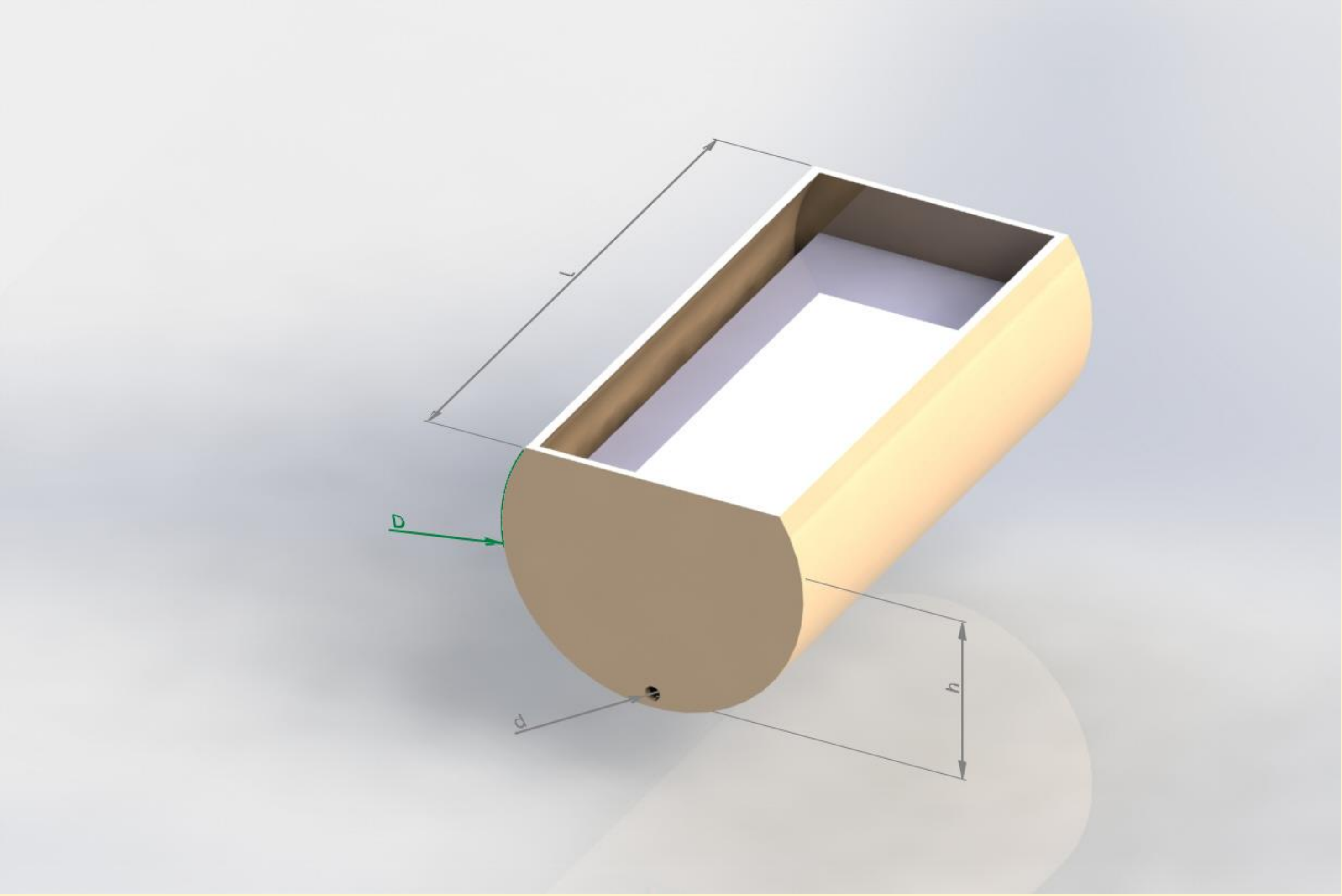
خروج آب از سوراخ ها وزائده ها

یک مبحث بسیار مهم همان "زمان تخلیه آب از اشکال مختلف هندسی"

1-محاسبه حجم مایع باقی مانده یک مخزن

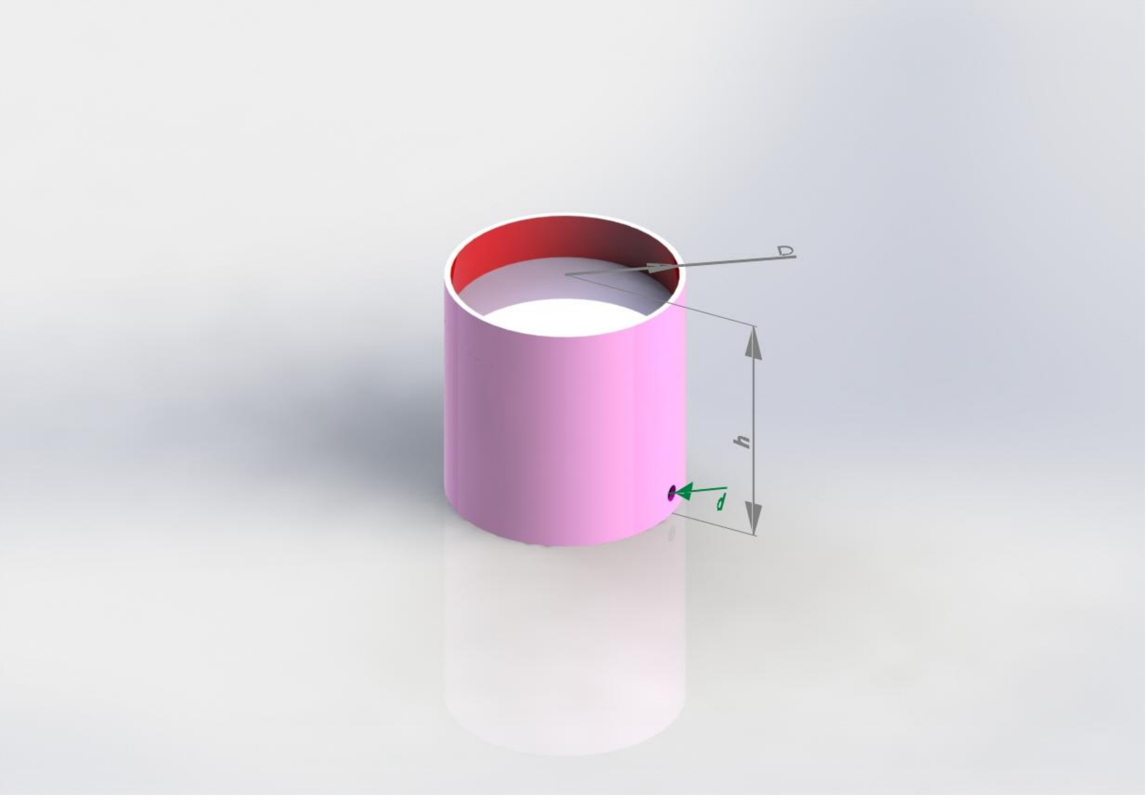
2-مخزن شکل پایین استوانه خوابیده است،به شما آموزش داده می شود؛زمان تخلیه آن چقدر است و حجم باقی مانده آن هر لحظه چقدر است واشکال مختلف هندسی دیگر.

3-تمام 48 صفحه این ویدیو ی آموزشی به صورت pdfدر سایت اینجانب jtaskini.com آپ لود شده است

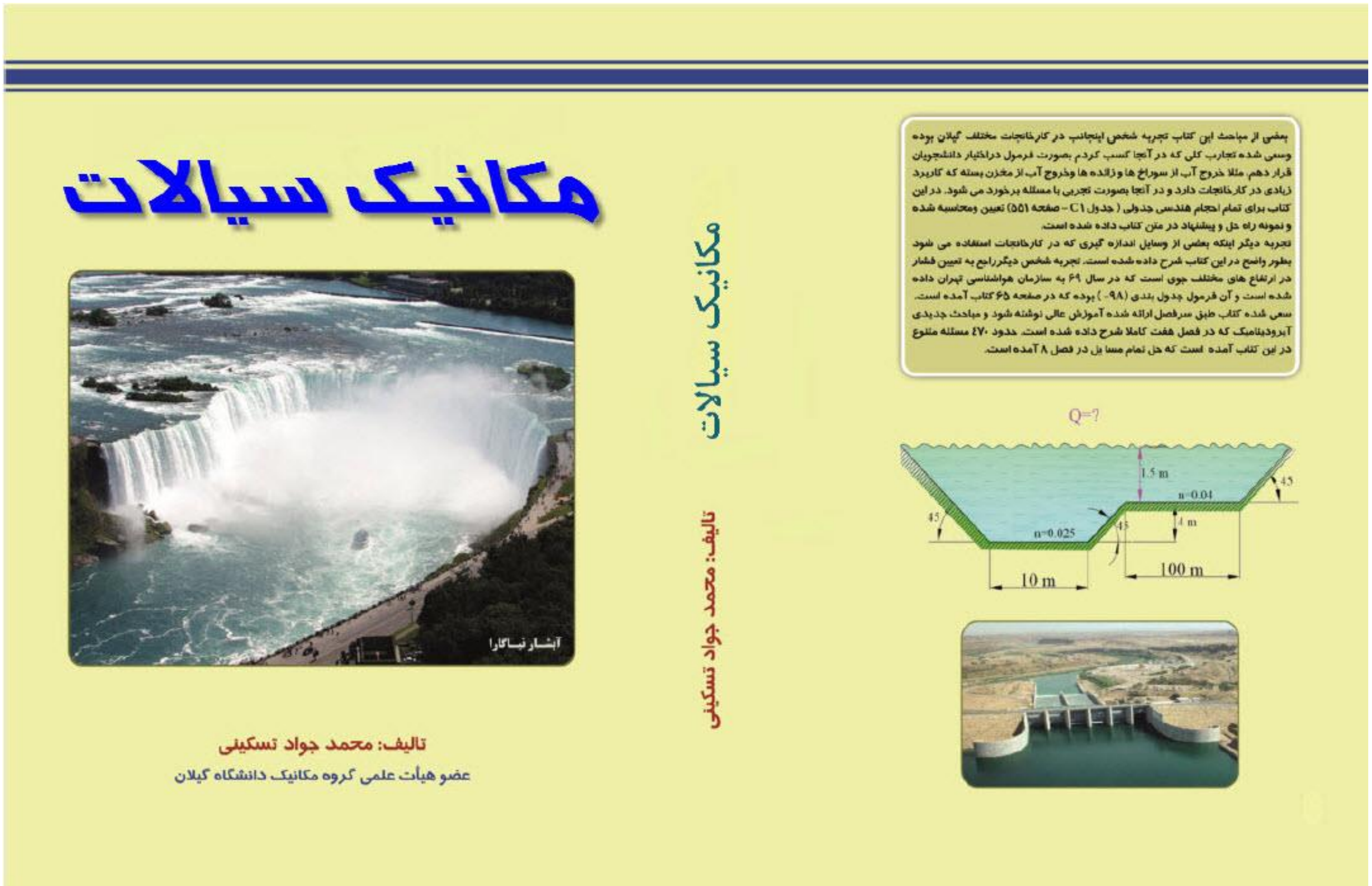


زمان تخلیه آب از اشکال مختلف هندسی

Time Elapsed For Water Drainage In Different Shapes of Water Tank



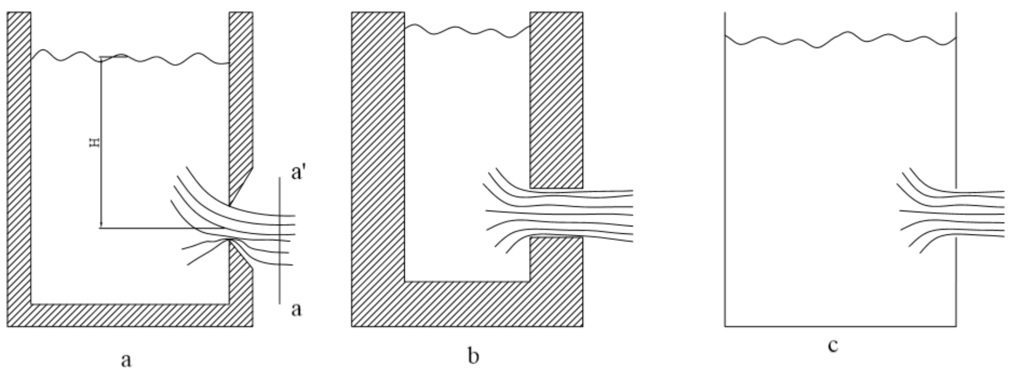
تمام اطلاعات بدست امده برای این ویدیو از کتاب اینجانب بدست آمده



خروج آب از سوراخ ها و زائده ها

منبع پر از آبی را در نظر میگیریم شکل پایین و فرض میکنیم که در پایین ویا جدارمنبع سوراخی وجود داشته باشد تا آب بتواند از آن خارج گردد.خروج آب از این سوراخ بستگی به شکل منبع و ارتفاع آب و نوع چگونگی تشکیل منفذ دارد.

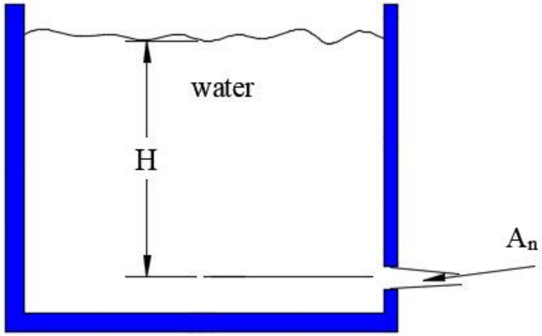
معمولا در اطراف سوراخ مقداری مقاومت اصطکاکی وجود دارد که برای اینکه خروج آب را بهتر تسریع کنند معمولا سوراخ ها را مطابق شکل(a)"لبه نازک" (sharp-edged) میسازند که آب موقع خروج با مقاومت اصطکاکی بدنه روبه رو نشود.ممکن است جدار سوراخ ضخیم مطابق شکل (b) باشد،باز انرا سوراخ لبه تیز یا "لبه نازک"میگویند.در بعضی وقت ها ممکن است جداره منبع خیلی نازک باشد باز اگر سوراخی در جداره ظرف تشکیل شد انرا سوراخ "لبه نازک" میگویند مطابق شکل (c)



سرعت نظری تخلیه (Theoritical -velocity)

طبق قانون تخلیه تریچلی سرعت خروج اب از سوراخ یک منبع برابر خواهد بود با

$$V = \sqrt{2gh}$$



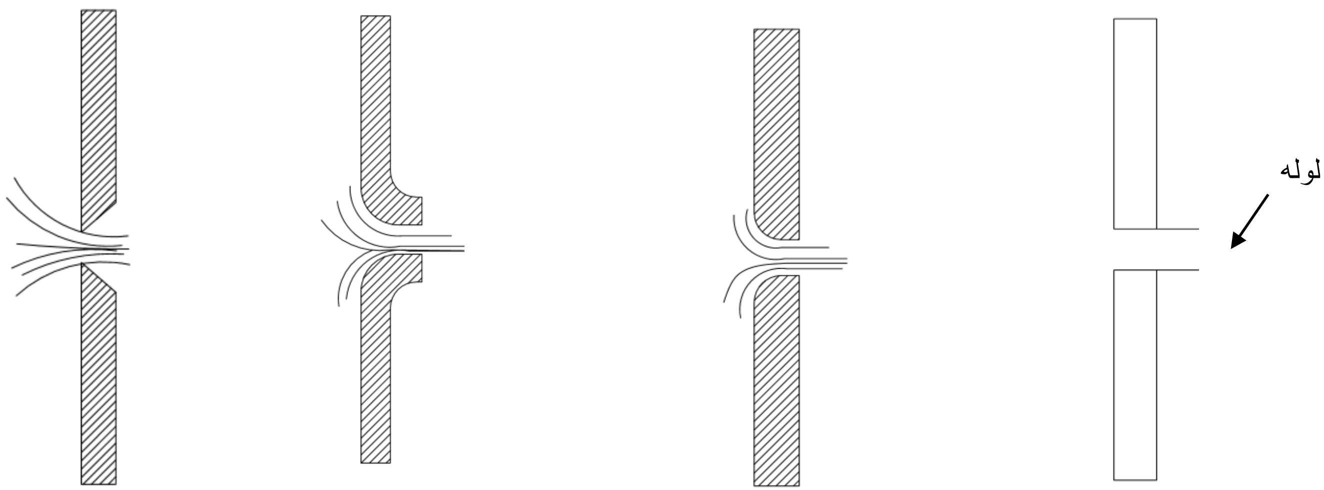
اگرسطح مقطع سوراخ را A_n نشان دهیم ،بده یادبی جریان چنین خواهد شد.

$$Q = C_d A_n \sqrt{2gH}$$

که C_d

را ضریب تخلیه می گویند،بنابراین ضریب تخلیه برای اشکال مختلف چنین است

سوراخ لبه نازک | سوراخ دهان گشادکامل | سوراخ دهان گشاد ناقص | سوراخ ،زائده لوله کوتاه



$Cd = 0.61$ Sharp edged orifice

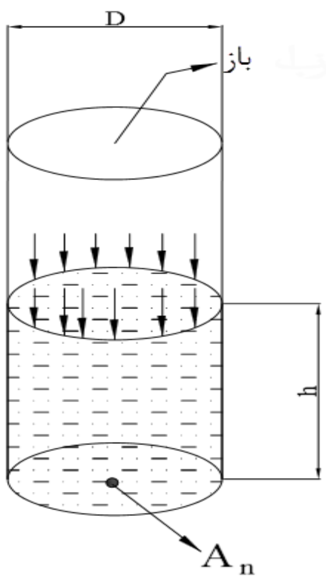
$Cd = 0.98$ Rounded Well Orifice

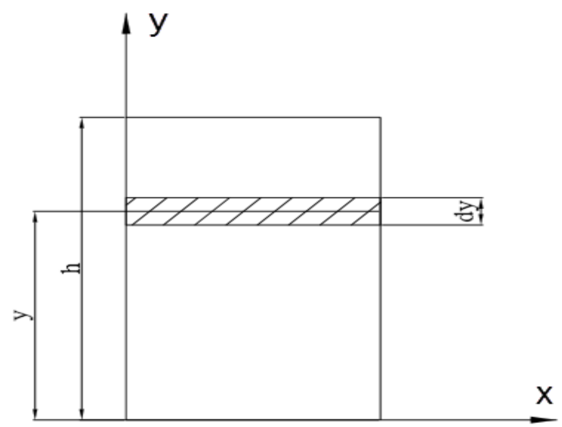
$Cd = 0.95$ Rounded Orifice

$Cd = 0.8$ Short flash tube

- زمان تخلیه آب از یک مخزن

- همانطور که مشاهده نمودیم مقدار آبی که در مخزن به خارج تخلیه می شود کاملا به نوع چگونگی تشکیل سوراخ و به ارتفاع بار و شکل مخزن بستگی دارد، بنابراین مقدار زمانیکه طول می کشد تا آب تخلیه گردد کاملا در اشکال مختلف هندسی فرق خواهد داشت،یعنی اگر منفذ و ارتفاع بار ثابت باشد، مقدار زمان بدست آمده برای اشکال مختلف هندسی فرق خواهد داشت برای مثال مقدار زمان تخلیه شده برای یک استوانه به یک مخروط که داری ارتفاع بار ثابت و قطرثابت و مساحت منفذ مساوی باشد پنج به یک است.





زمان تخلیه آب از یک استوانه

- استوانه ای به قطر d و به ارتفاع H مفروض است در ته این استوانه یک سوارخ کوچکی به مساحت A_n تشکیل شده است بنابر این حجم نوار باریک روی محور مختصات برابر است با

- $$dV = \pi \frac{D^2}{4} dy$$

- این مقدار آب به ارتفاع y قرار گرفته است پس بده آب برابر است با

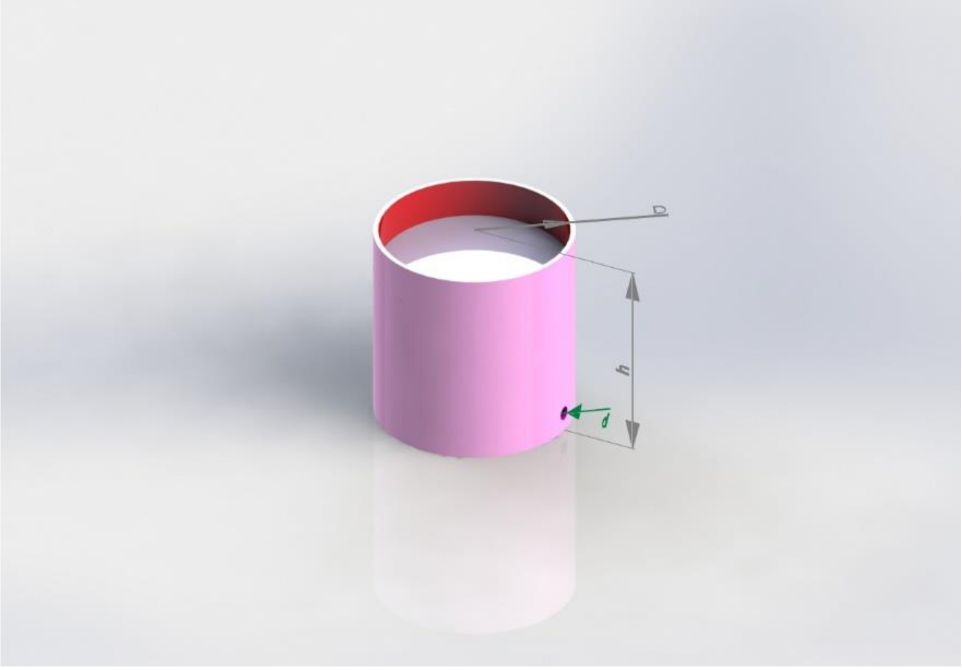
- $$Q = A_n \, C_d \sqrt{2gy}$$

- اما چون سطح آب پایین می آید در نتیجه خواهیم داشت

- $$-dV = Q dt$$

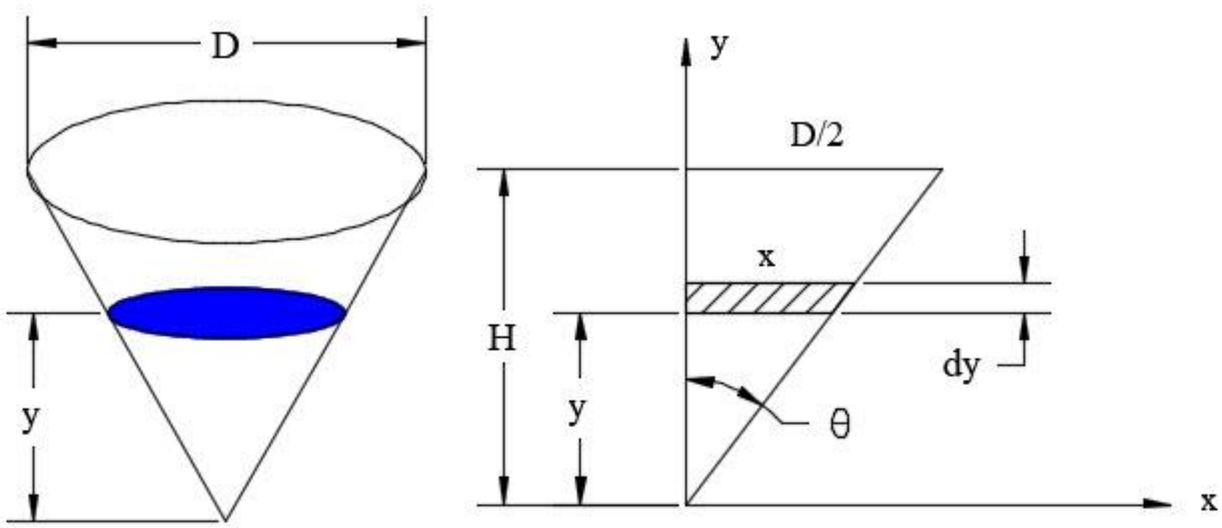
- $$-\pi \frac{D^2}{4} dy = A_n \, C_d \sqrt{2gy} \, dt$$

- $$\int_h^0 -\pi \frac{D^2}{4} dy = \int_0^t A_n\, C_d \sqrt{2gy}\, dt$$
- $$\int_0^h \pi \frac{D^2}{4} y^{-1/2} dy = A_n\, C_d \sqrt{2g} \int_0^t\, dt$$
- $$\pi \frac{D^2}{4} \left[2y^{+1/2}\right]_0^h = A_n\, C_d \sqrt{2g}\;\, t$$



$$t = \frac{\pi D^2 \sqrt{h}}{\sqrt{8g} A_n C_d}$$

زمان تخلیه آب از مخروط



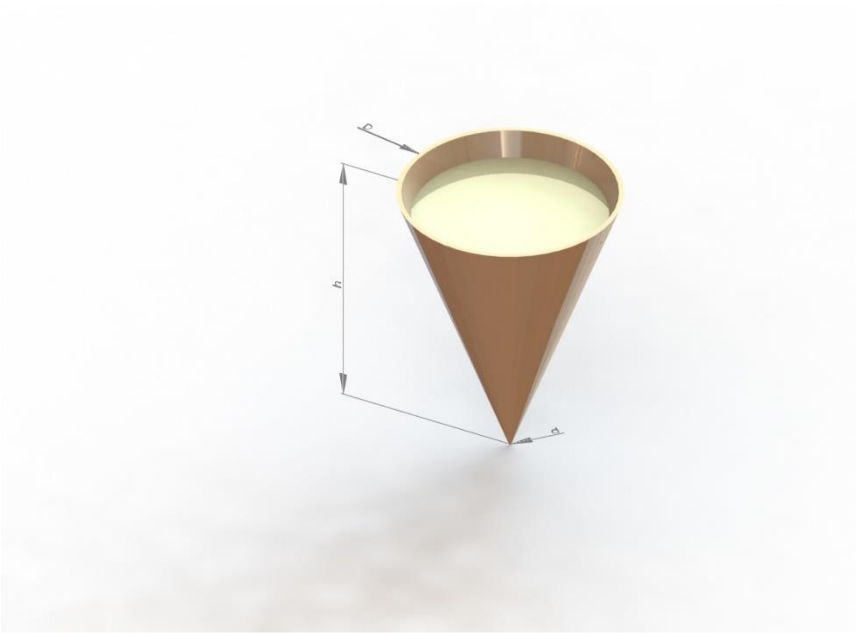
$$d\forall = \pi x^2 dy$$

$$Q = A_n C_d \sqrt{2gh}$$

در زمان تخلیه چون حجم آب کم می شود ؛پس داریم

$$-d\forall = Q dt$$

$$-\pi x^2 dy = A_n C_d \sqrt{2gy} dt$$



طبق قانون طالس

$$\frac{x}{D/2} = \frac{y}{h}$$

در فرمول جا گذاری می کنیم واز طرفین انتیگرال می گیریم

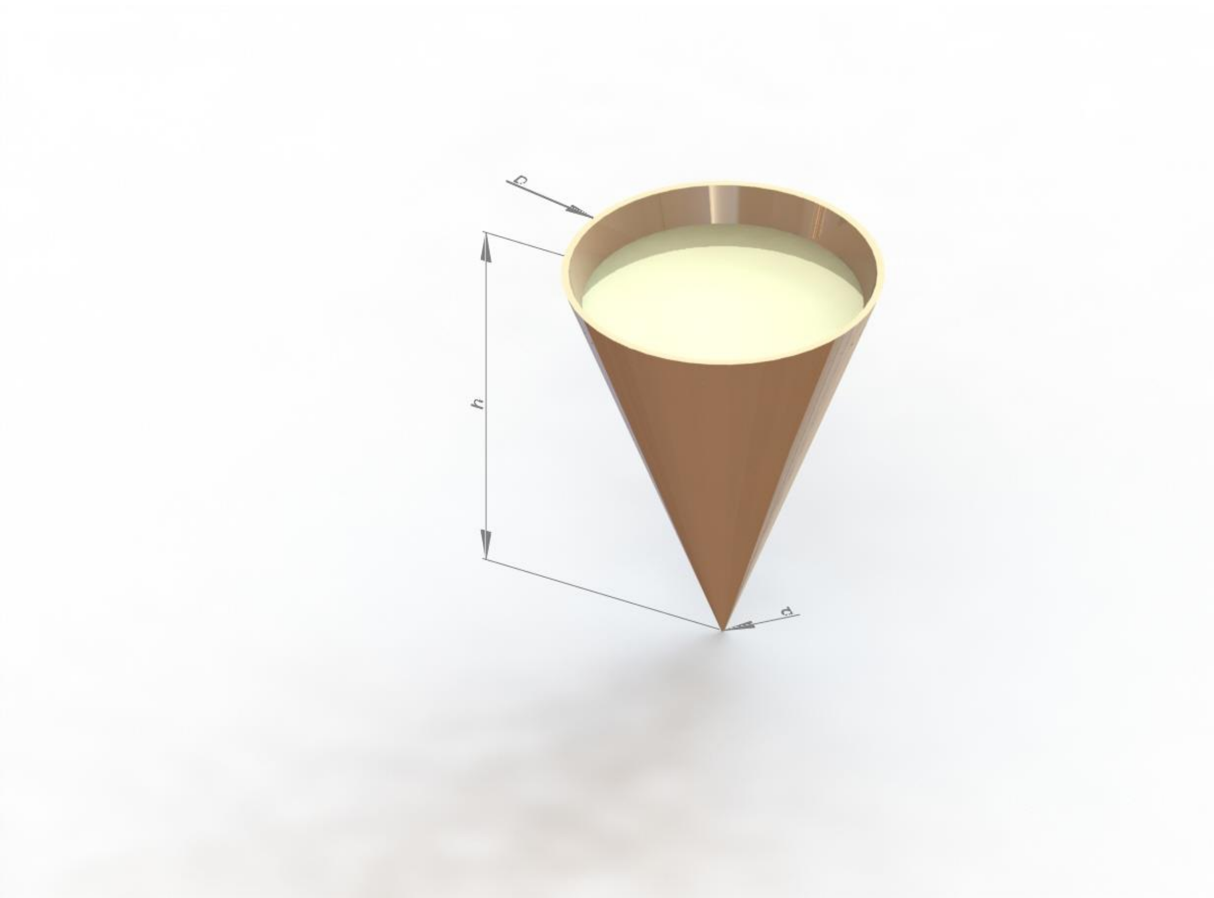
$$x = \frac{D}{2h}\mathrm{y}$$

$$-\pi \frac{D^2}{4h^2} y^2 dy = A_n C_d \sqrt{2g}\,(y^{1/2})\,dt$$

$$\int_h^0 -\pi \frac{D^2}{4h^2} y^{3/2}\,dy = \int_0^t A_n C_d \sqrt{2g}\,dt$$

$$-\pi \frac{D^2}{4h^2}\left[\frac{2}{5} y^{5/2}\right]_h^0 = A_n C_d \sqrt{2g}[t]^t{}_0$$

فرمول را ساده می کنیم



$$t = \frac{\pi D^2\sqrt{h}}{10A_nC_d\sqrt{2g}}$$

می توان فرمول را بر حسب زاویهθ تنظیم نمود

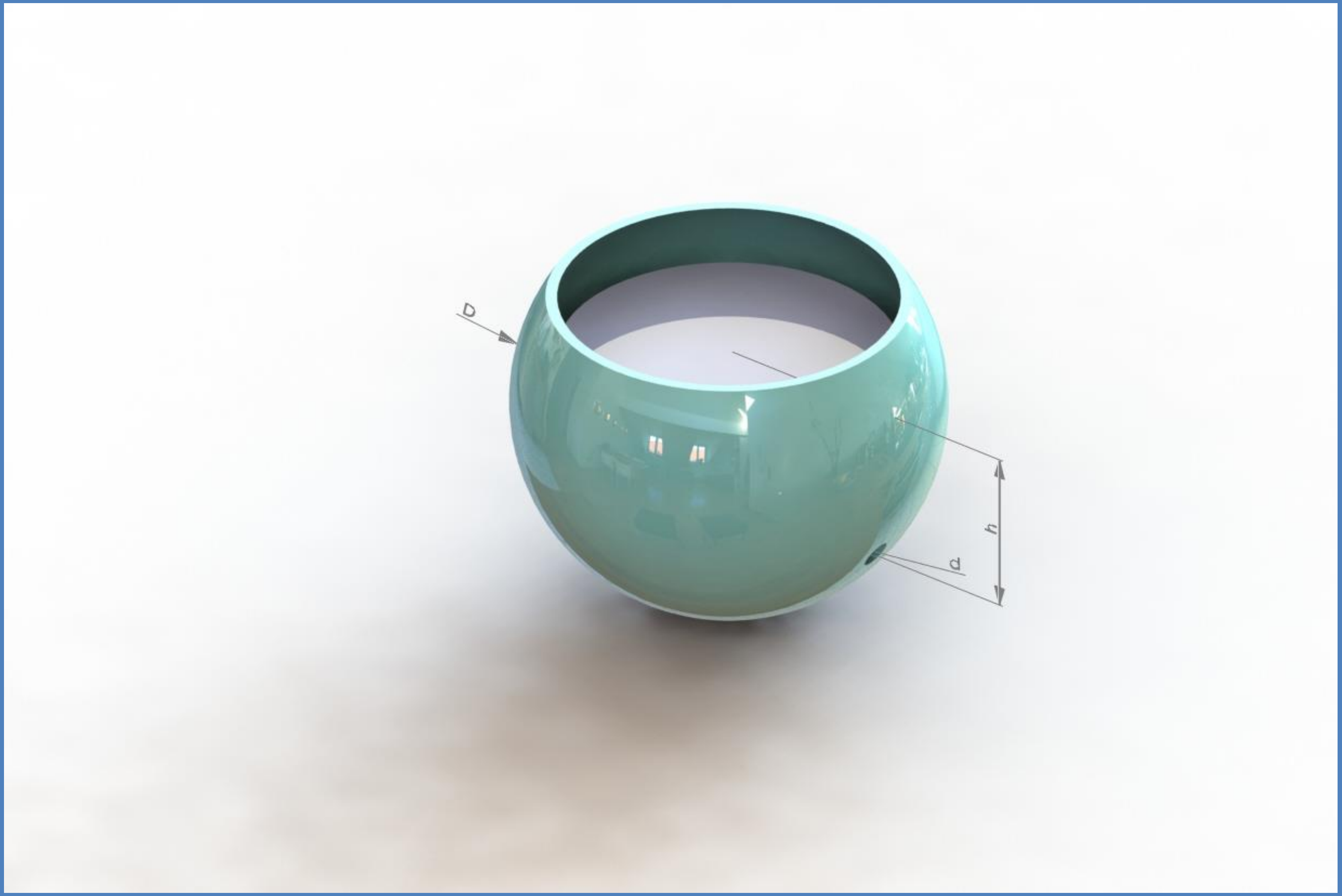
$$tan\theta = \frac{D/2}{h} = \frac{D}{2h}$$

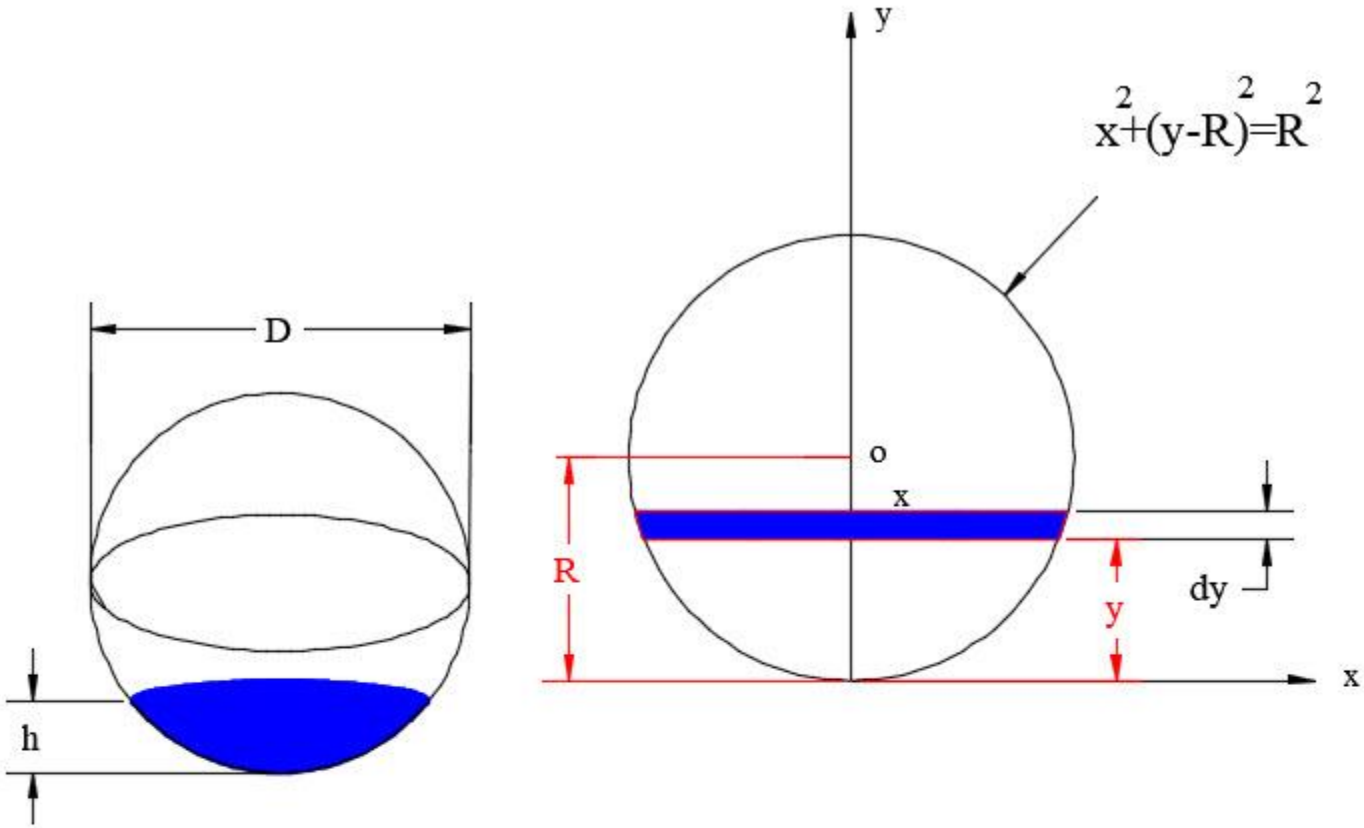
$$\text{t} = \frac{\pi D^2\sqrt{h}}{10A_nC_d\sqrt{2g}}$$

$$\text{t} = \frac{\pi h^2 tan^2\theta\sqrt{h}}{10A_nC_d\sqrt{2g}}$$

$$\text{t} = \frac{\sqrt{2}h^{5/2}tan^2\theta}{5A_nC_d\sqrt{g}}$$

زمان تخلیه آب از کُره





حجم المان در کُره برابر است با

$$d\forall = \pi x^2 dy$$

این مقدار آب به ارتفاع y قرار گرفته است پس بده آب برابر است با

$$Q = A_n\, C_d \sqrt{2gy}$$

اما چون سطح آب پایین می آید در نتیجه خواهیم داشت

$$-dV = Q dt$$

$$-\pi x^2 dy = A_n\, C_d \sqrt{2gy}\, dt$$

اما معادله دایره

$$x^2 + (y - R)^2 = R^2$$

$$x^2 = 2Ry - y^2$$

$$-\pi(2\mathrm{Ry} - y^2)dy = A_n\, C_d\sqrt{2g}\,\sqrt{y}dt$$

از طرفین انتیگرال می گیریم

$$-\pi\left(2\mathrm{R}y^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{3}{2}}\right)dy = A_n\, C_d\sqrt{2g}\;dt$$

$$-\pi\int_h^0\left(2\mathrm{R}y^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{3}{2}}\right)dy = \int_0^t A_n\, C_d\sqrt{2g}\;\mathrm{t}$$

$$-\pi\left[2\mathrm{R}\frac{2}{3}y^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5}y^{\frac{5}{2}}\right]_h^0 = \left[A_n\, C_d\sqrt{2g}\right]_0^t$$

$$+\pi\left[\frac{2D}{3}h^{\frac{3}{2}}-\frac{2}{5}h^{\frac{5}{2}}\right]_0^h=\left[A_n\,C_d\sqrt{2g}\right]_0^t$$

$$+\pi\left[\frac{2D}{3}h^{\frac{3}{2}}-\frac{2}{5}h^{\frac{5}{2}}\right]_0^h=A_n\,C_d\sqrt{2g}\ \mathrm{t}$$

$$+\pi(\frac{2}{3}h^{\frac{3}{2}})(\mathrm{D}-\frac{3}{5}\mathrm{h})=A_n\,C_d\sqrt{2g}\ \mathrm{t}$$

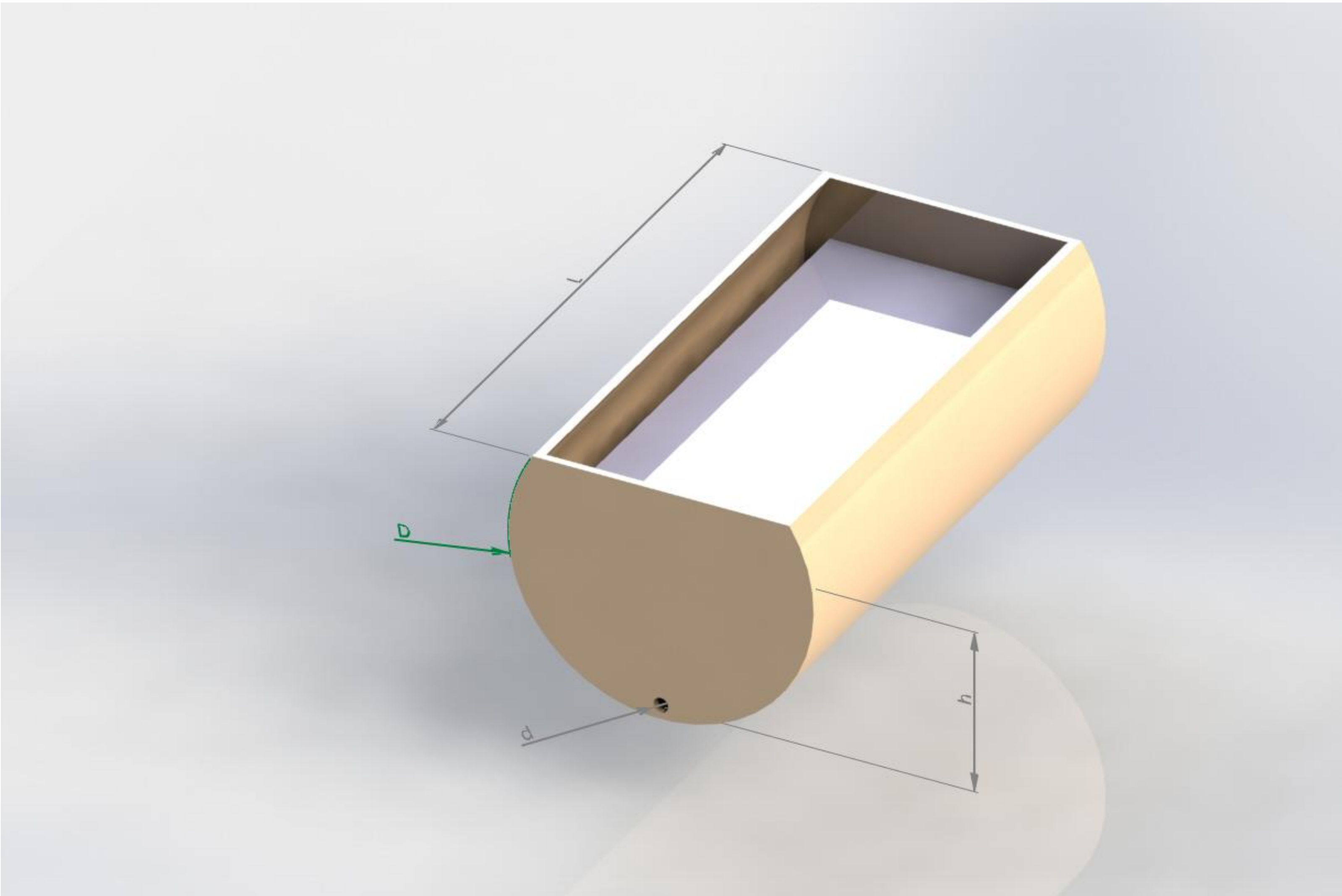
ساده می کنیم

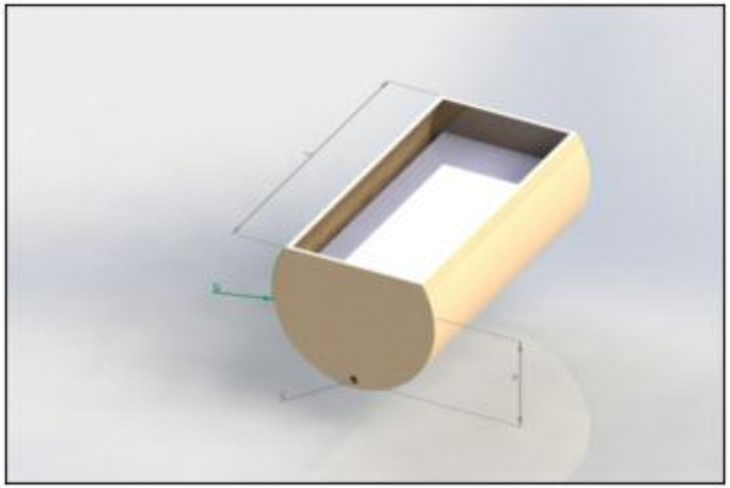
$$\mathrm{t}=\frac{\pi\sqrt{2}h^{\frac{3}{2}}\,(\mathrm{D}-\frac{3}{5}\mathrm{h})}{3A_n\,C_d\sqrt{2g}}$$

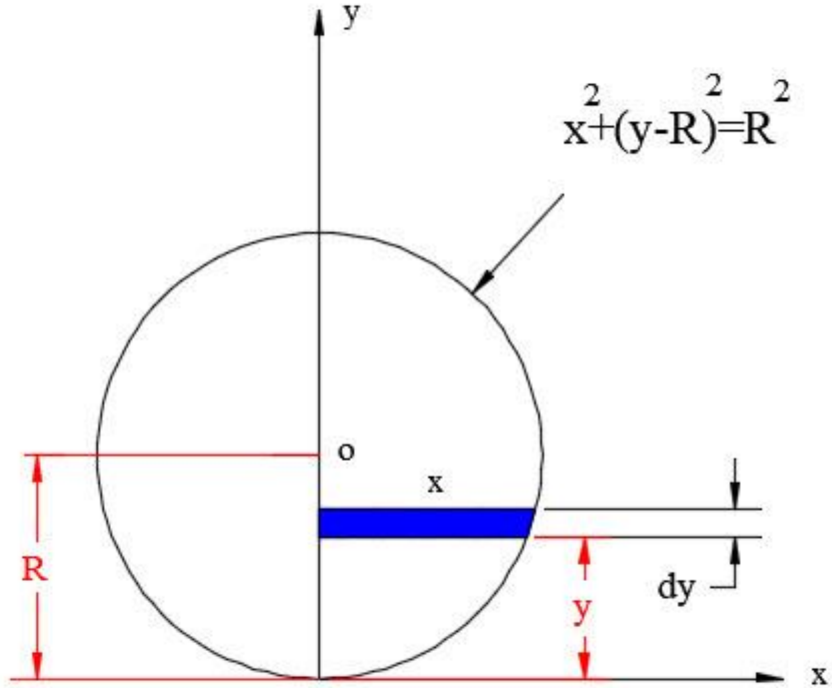
زمان تخلیه آب از کُره

$$t = \frac{\pi\sqrt{2}h^{\frac{3}{2}}\,(\mathrm{D} - \frac{3}{5}\mathrm{h})}{3A_n\,C_d\sqrt{2g}}$$

زمان تخلیه آب از استوانه خوابیده







حجم المان در استوانه خوابیده برابر است با

$$d\forall = 2xL\,dy$$

اما معادله دایره

$$x^2 + (y - R)^2 = R^2$$

$$x^2 = 2Ry - y^2$$

اما چون سطح آب پایین می آید در نتیجه خواهیم داشت

$$-dV = Qdt$$

$$-2xL\,dy = A_n\,C_d\sqrt{2gy}\,dt$$

$$-2L\sqrt{2\mathrm{Ry} - y^2}\mathrm{dy} = A_n\,C_d\sqrt{2g}\,\sqrt{y}dt$$

از طرفین انتیگرال می گیریم ورادیکال ایگرگ را حذف می کنیم

$$-2L\sqrt{y}\sqrt{2\mathrm{R} - y}\mathrm{dy} = A_n\,C_d\sqrt{2g}\,\sqrt{y}dt$$

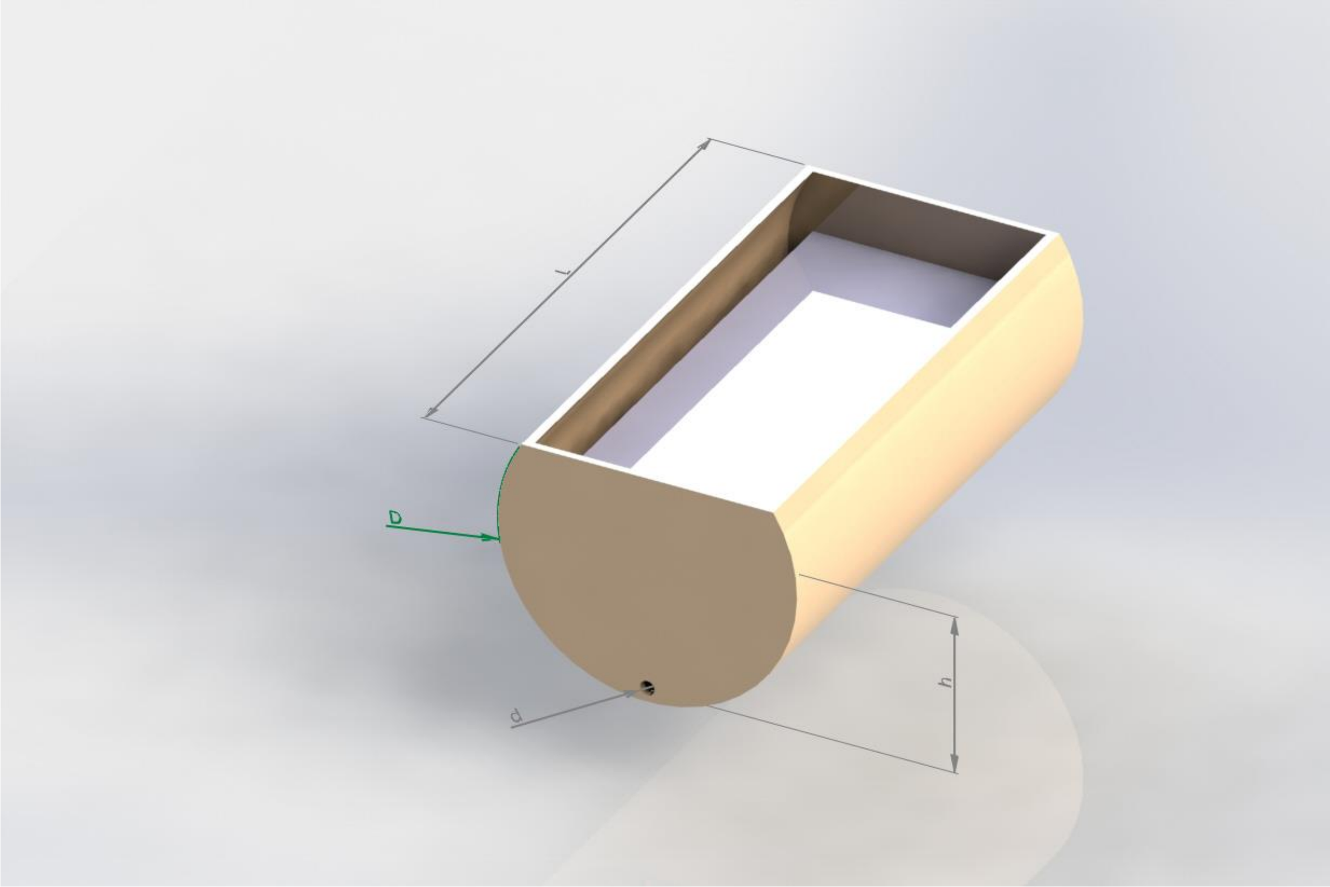
$$+2L\int_h^0 (2\mathrm{R} - y)^{1/2}dy = \int_0^t A_n\,C_d\sqrt{2g}\,dt$$

$$+2L\left[-\frac{2}{3}(2R - y)^{\frac{3}{2}}\right]_0^h = A_nC_d\sqrt{2g}[t]^t{}_0$$

$$\frac{-4L}{3}\left[(2R - h)^{\frac{3}{2}} - (2R)^{\frac{3}{2}}\right] = A_nC_d\sqrt{2g}[t]^t{}_0$$

$$\frac{4L}{3}\left[D^{3/2} - (D - h)^{3/2}\right] = A_nC_d\sqrt{2g}\,\mathrm{t}$$

$$\frac{L\sqrt{8}\left[D^{3/2}-(D-h)^{3/2}\right]}{3A_n C_d\sqrt{2g}} = \mathrm{t}$$



یادم می آد که در یک کارخانه مرغداری برای بازدید رفته بودم صاحب مرغداری گفت،من چه جوری به فهمم که حجم گازوئیل من چقدر است تا سفارش گازوئیل را به موقع بدم اگر دیر بشود و مرغ ها گرما نداشته باشد تا صبح همه تلف می شوند

من این جدول را به او دادم ومثال ساده را هم توضیح دادم

D=2 m	h/D=y	S_f		h/D=y	S_f
1	0.02	0.003749	26	0.52	0.412694
2	0.04	0.010538	27	0.54	0.432656
3	0.06	0.019239	28	0.56	0.452555
4	0.08	0.029435	29	0.58	0.472356
5	0.1	0.040875	30	0.6	0.492028
6	0.12	0.053385	31	0.62	0.511537
7	0.14	0.066833	32	0.64	0.530848
8	0.16	0.081112	33	0.66	0.549925
9	0.18	0.096135	34	0.68	0.568732
1	0.02	0.003749	35	0.7	0.58723
11	0.22	0.128114	36	0.72	0.605379
12	0.24	0.144945	37	0.74	0.623135
13	0.26	0.162263	38	0.76	0.640453
14	0.28	0.18002	39	0.78	0.657284
15	0.3	0.198168	40	0.8	0.673574
16	0.32	0.216666	41	0.82	0.689264
17	0.34	0.235473	42	0.84	0.704286
18	0.36	0.254551	43	0.86	0.718565
19	0.38	0.273861	44	0.88	0.732013
20	0.4	0.29337	45	0.9	0.744523
21	0.42	0.313042	46	0.92	0.755963
22	0.44	0.332843	47	0.94	0.766159
23	0.46	0.352742	48	0.96	0.77486
24	0.48	0.372704	49	0.98	0.78165
25	0.5	0.392699	50	1	0.785398

h/D=y

$$S_f = \frac{1}{8}\left(2Cos^{-1}(1-2y) - 4(2y-1)\sqrt{y-y^2}\right)$$

$$\forall_f = S_f D^2 L$$

مثال

$D = 2.5\ m$

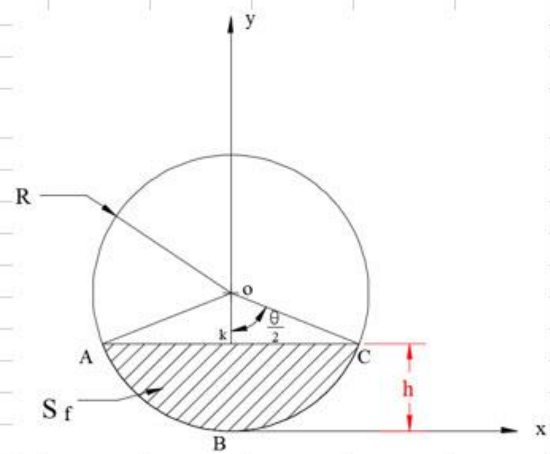
$h = 110\ cm$

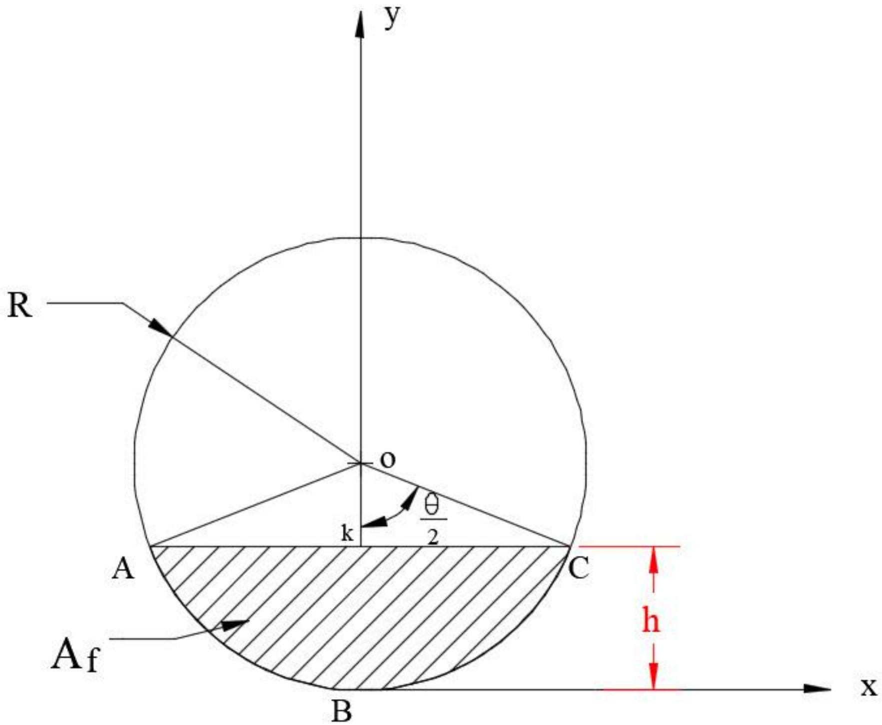
$L = 4\ m$

$$y = \frac{110}{250} = 0.44$$

از جدول $S_f = 0.332$

$$\forall_f = 0.332x2.5^2x4 = 8.3\ m^3$$





ممکن است سئوال کنید این چگونه است
خیلی ساده است ازراه قطاع بدست می آید.

$$\text{قطاع}S_{ABC} = A_f = \frac{1}{2}R^2(\theta - sin\theta)$$

$$Cos\frac{\theta}{2} = \frac{Ok}{R} = \frac{R-h}{R} = 1 - \frac{h}{R}$$

$$Cos\frac{\theta}{2} = 1 - \frac{2h}{D}\text{=1-2y}$$

$$\frac{h}{D}\text{=y}$$

$$\theta = 2Cos^{-1}\text{(1-2y)}$$

$$Sin\theta = 2Sin\frac{\theta}{2}Cos\frac{\theta}{2}$$

$$Sin\frac{\theta}{2} = \sqrt{1-(1-2y)^2} = \sqrt{1-1+4y^2+4y}$$

$$Sin\frac{\theta}{2} = 2\sqrt{y-y^2}$$

$$Sin\theta = 4(2y - 1)\sqrt{y - y^2}$$

$$A_f = \frac{1}{2} R^2 (2Cos^{-1}(1\text{−}2\text{y}) - 4(2y - 1)\sqrt{y - y^2})$$

$$A_f = \frac{1}{8} D^2 (2Cos^{-1}(1\text{−}2\text{y}) - 4(2y - 1)\sqrt{y - y^2})$$

$$S_f = \frac{1}{8} (2Cos^{-1}(1\text{−}2\text{y}) - 4(2y - 1)\sqrt{y - y^2})$$

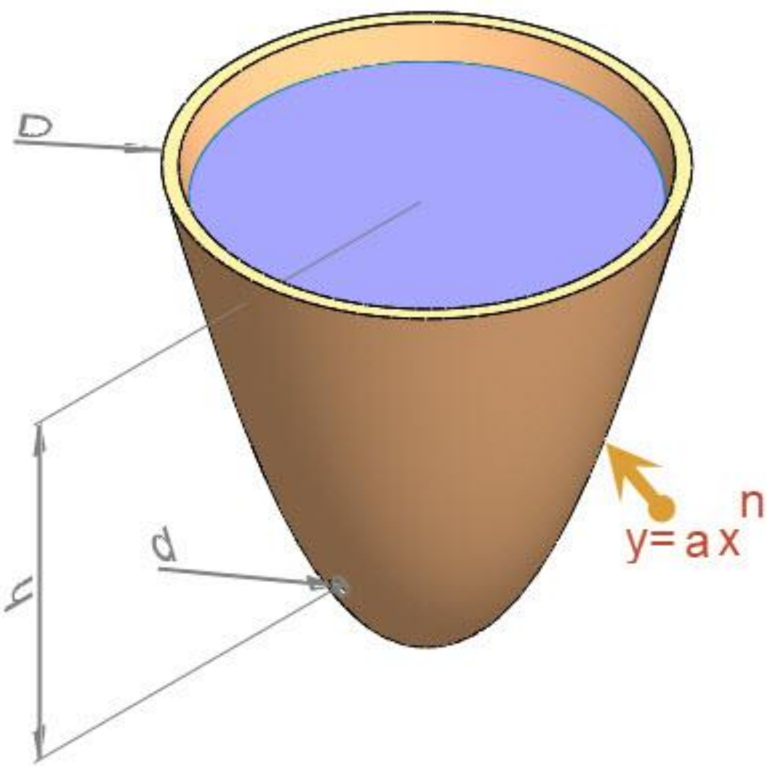
$\forall_f = S_f D^2 \text{L}$ حجم قطاع

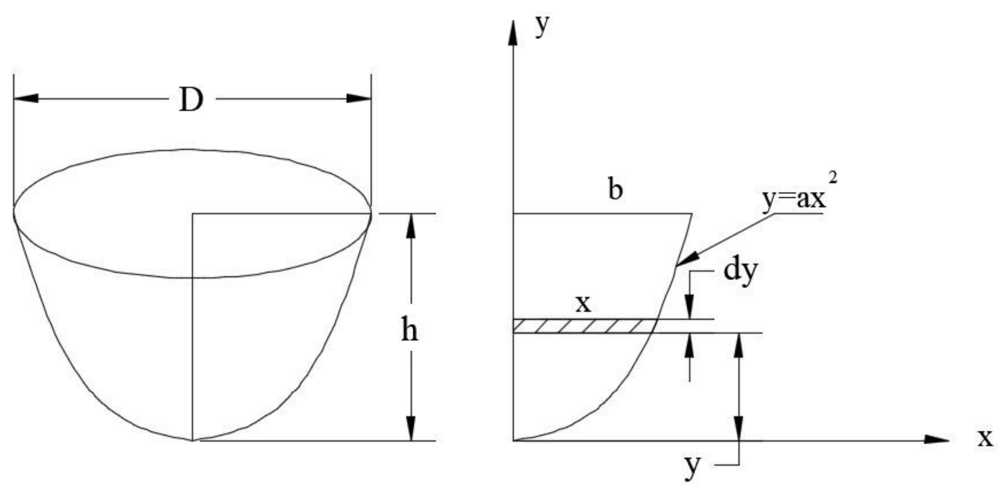
اگر طول استوانه ۴ متر و قطر آن دو نیم متر باشدوارتفاع گازوئیل ۱۱۰ سانتی متر باشد حجم چقدر است

محاسبه را با اکسل نشان دادم

زمان تخلیه آب از کله قندی شکل

کله قندی که معادله سهمی آن $y = ax^2$





$$dV = \pi x^2 dy$$

$$-dV = Qdt$$

$$-\pi x^2 dy = A_n \, C_d \sqrt{2gy} \, dt$$

$$x^n = \frac{y}{a} \qquad x = (\frac{y}{a})^{1/n}$$

$$-\pi x^2 dy = A_n\ C_d\sqrt{2gy}\ d$$

$$-\pi\ (\frac{y}{a})^{2/n} dy = A_n\ C_d\sqrt{2gy}\ dt$$

طرفین را ساده می کنیم

$$-\pi\ (\frac{y}{a})^{2/n} y^{-1/2} dy = A_n\ C_d\sqrt{2g}\ dt$$

$$(\frac{-\pi}{a^{2/n}}) y^{2/n} y^{-1/2} dy = A_n\ C_d\sqrt{2g}\ dt$$

از طرفین انتیگرال می گیریم و ساده می کنیم

$$\frac{-\pi}{a^{2/n}} \int_h^0 y^{\frac{4-n}{2n}}\, dy = \int_0^t A_n\ C_d\sqrt{2g}\mathrm{dt}$$

به خاطر منفی بودن حد؛آنرا ساده می کنیم

$$\frac{+\pi}{a^{2/n}} \int_0^h y^{\frac{4-n}{2n}}\, dy = \int_0^t A_n\ C_d\sqrt{2g}\mathrm{dt}$$

$$\frac{\pi}{a^{2/n}} \left[\ \frac{2n}{4+n}\ y^{\frac{4+n}{2n}} \right]_0^h = A_n\ C_d\sqrt{2g}\ t$$

Y=ax^n h=ab^n $b^n=\frac{h}{a}$

$$b=\frac{h^{1/n}}{a^{1/n}} \rightarrow b^2 = \frac{h^{2/n}}{a^{2/n}}$$

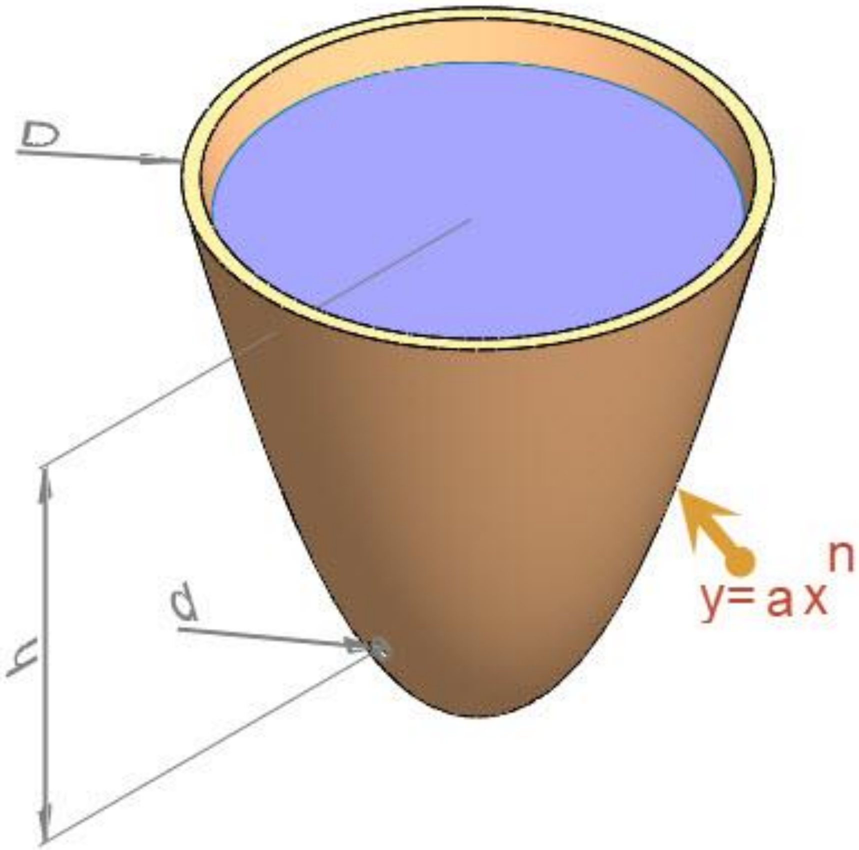
$$\frac{\pi}{a^{2/n}}\left[\frac{2n}{4+n}\ h^{\frac{4+n}{2n}}\right]=A_n\ C_d\sqrt{2g}\ \mathrm{t}$$

$$\frac{\pi h^2}{a^{2/n}}\left[\frac{2n}{4+n}\ h^{\frac{2}{n}}\right]=A_n\ C_d\sqrt{2g}\ \mathrm{t}$$

$$(\frac{2n}{4+n})\pi h^2 b^2=A_n\ C_d\sqrt{2g}\ t$$

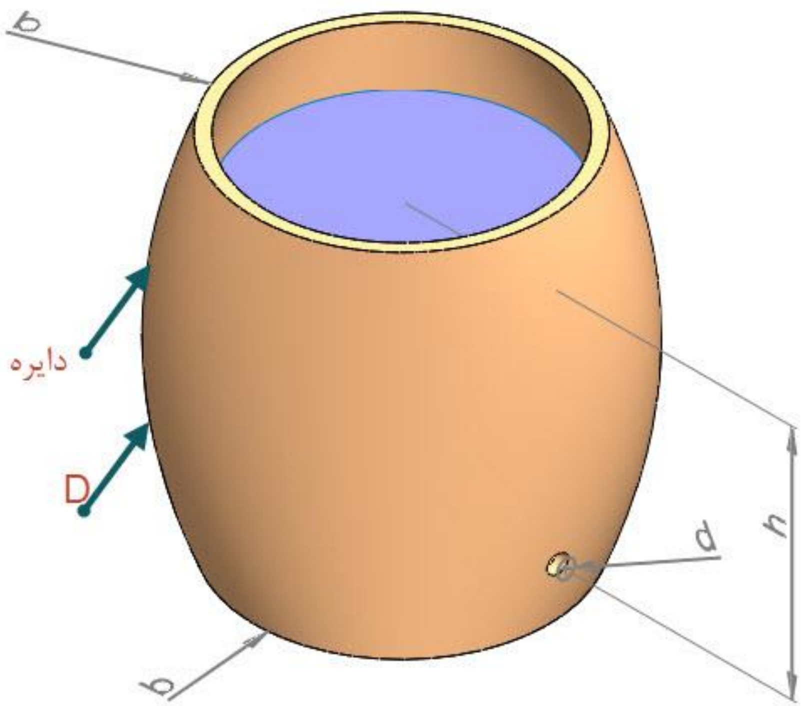
$$\mathrm{t}=\frac{\pi b^2\sqrt{h}\ [\frac{2n}{4+n}]}{A_n\ C_d\sqrt{2g}}$$

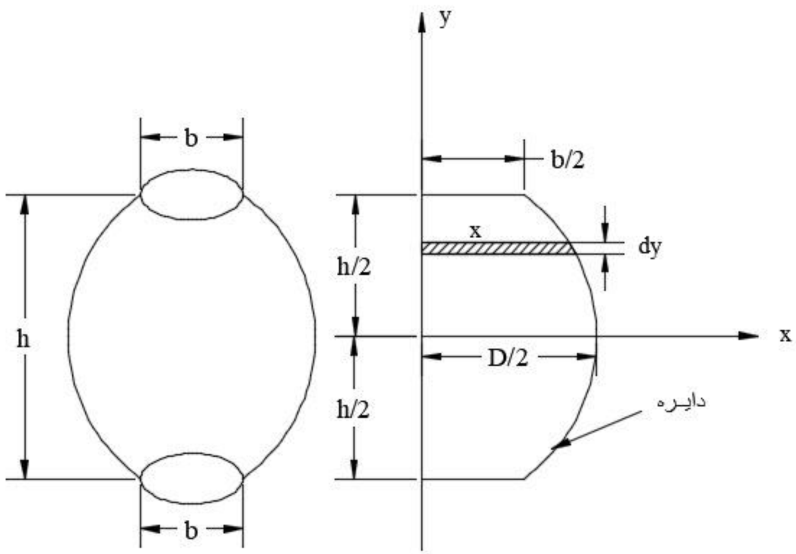
زمان تخلیه آب از کله قندی شکل



$$t=\frac{\pi b^{2}\sqrt{h}\ \left[\frac{4+n}{2n}\right]}{A_{n}\,C_{d}\sqrt{2g}}$$

زمان تخلیه آب از چلیک





$$dV = \pi x^2 dy$$

$$-dV = Qdt$$

$$-\pi x^2 dy = A_n\, C_d \sqrt{2gy}\, dt$$

اما معادله دایره

$$x^2 + y^2 = \frac{D^2}{4}$$

$$-\pi x^2 dy = A_n\, C_d\sqrt{2gy}\, dt$$

$$-\pi\left(\frac{D^2}{4} - y^2\right) dy = A_n\, C_d\sqrt{2gy}\, dt$$

طرفین را ساده می کنیم

$$-\pi\left(\frac{D^2}{4} y^{-1/2} - y^{3/2}\right) dy = A_n\, C_d\sqrt{2g}\, dt$$

از طرفین انتیگرال می گیریم

$$-\pi\int_h^0 \left(\frac{D^2}{4} y^{-\frac{1}{2}} - y^{\frac{3}{2}}\right) dy = \int_0^t A_n\, C_d\sqrt{2g}\ dt$$

$$+\pi\int_0^h \left(\frac{D^2}{4} y^{-\frac{1}{2}} - y^{\frac{3}{2}}\right) dy = \int_0^t A_n\, C_d\sqrt{2g}\ dt$$

$$\pi\left[\frac{D^2}{4} 2y^{+\frac{1}{2}} - \frac{2}{5} y^{\frac{5}{2}}\right]_0^h = A_n\ \ C_d\sqrt{2g}\, \mathrm{t}$$

$$\pi\left[\frac{D^2}{2} h^{+\frac{1}{2}} - \frac{2}{5} h^{\frac{5}{2}}\right] = A_n\ \ C_d\sqrt{2g}\, \mathrm{t}$$

$$\pi h^{+\frac{1}{2}}\left[\frac{D^2}{2} - \frac{2}{5} h^2\right] = A_n\ \ C_d\sqrt{2g}\, \mathrm{t}$$

از شکل نتیجه می گیریم

$$(\frac{D}{2})^2 = (\frac{h}{2})^2 + (\frac{b}{2})^2$$

$$(h)^2 = (D)^2 - (b)^2$$

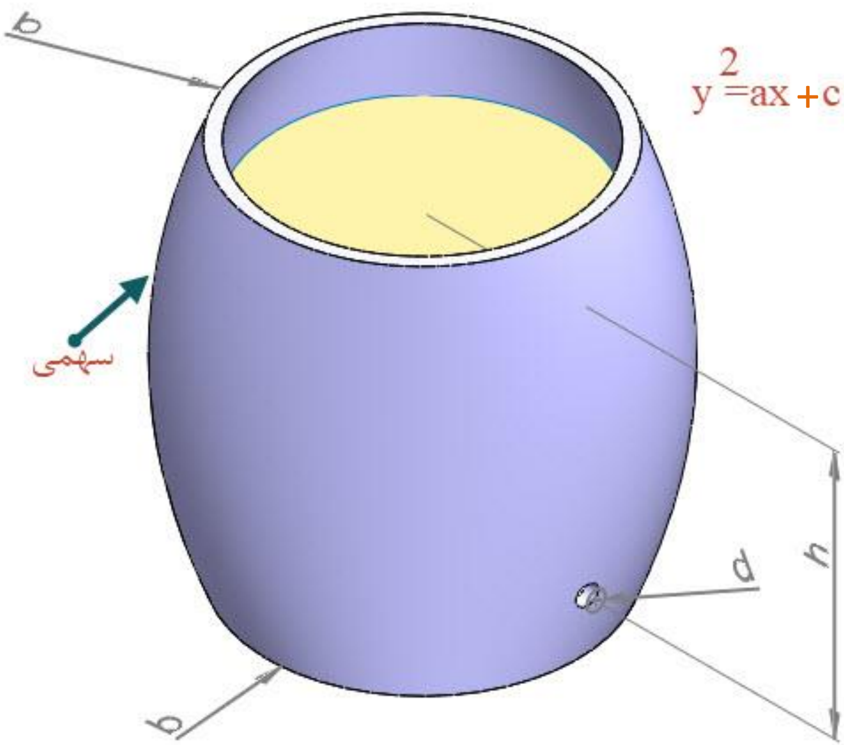
$$\pi h^{+\frac{1}{2}} \left[\frac{D^2}{2} - \frac{2}{5} D^2 + \frac{2}{5} b^2\right] = A_n \ C_d \sqrt{2g}\ \mathrm{t}$$

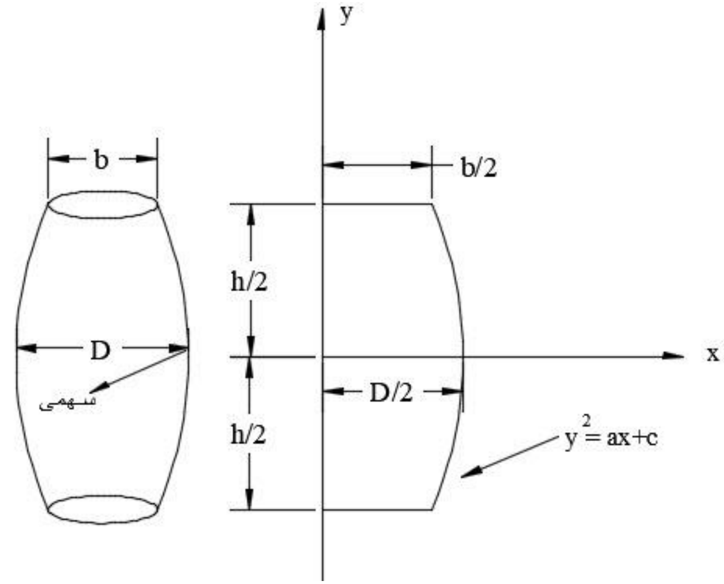
$$\mathrm{t} = \frac{\pi \sqrt{h}\ \ (D^2 + 4b^2)}{10 A_n\ C_d \sqrt{2g}}$$

$$\forall = \frac{\pi h\ \ (2D^2 + b^2)}{12}$$ حجم این چلیک

$$\mathrm{t} = \frac{\pi \sqrt{h}\ \ (D^2)}{5 A_n\ C_d \sqrt{2g}}$$ اگر $D = \mathrm{b}$ باشد مثل استوانه می شود

زمان تخلیه آب از چلیک





$$y = 0 \to x = \frac{-c}{a} \to \frac{D}{2} = \frac{-c}{a}$$

$$x = \frac{y^2}{a} - \frac{c}{a}$$

$$dV = \pi x^2 dy$$

$$-dV = A_n\, C_d\sqrt{2gy}\, dy \qquad x = \frac{y^2}{a} - \frac{c}{a}$$

$$-\pi\left[\left(\frac{y^4}{a^2} + \frac{c^2}{a^2} - \frac{2c}{a^2}y^2\right)\right]y^{\frac{-1}{2}}dy = A_n\, C_d\sqrt{2g}\,\mathrm{dt}$$

از طرفین انتیگرال می گیریم و ساده می کنیم

$$-\pi\int_h^0\left(\frac{y^{7/2}}{a^2} + \frac{c^2}{a^2}y^{\frac{-1}{2}} - \frac{2c}{a^2}y^{3/2}\right)dy = \int_0^t A_n\, C_d\sqrt{2g}\,\mathrm{dt}$$

$$\pi\left[\left(\frac{2y^{9/2}}{9a^2} + \frac{2c^2}{a^2}y^{\frac{1}{2}} - \frac{2c}{a^2}\frac{2}{5}y^{5/2}\right)\right]_0^h = A_n\, C_d\sqrt{2g}\,\mathrm{t}$$

$$\pi\left[\frac{2h^{9/2}}{9a^2} + \frac{2c^2}{a^2}h^{\frac{1}{2}} - \frac{4c}{5a^2}h^{5/2}\right] = A_n\, C_d\sqrt{2g}\,\mathrm{t}$$

$$\pi h^{\frac{1}{2}}\left[\frac{2h^4}{9a^2} + \frac{2c^2}{a^2} - \frac{4c}{5a^2}h^2\right] = A_n\, C_d\sqrt{2g}\,\mathrm{t}$$

$$y^2 = ax + c \rightarrow x = \frac{b}{2}$$

$$y^2 = \frac{ab}{2} + c = \left(\frac{h}{2}\right)^2 \rightarrow h^2 = 2ab + c$$

$$\pi h^{\frac{1}{2}}\left[\frac{2(16c^2+4a^2b^2+16abc)}{9a^2}+\frac{2c^2}{a^2}-\frac{4c}{5a^2}(4c+2ab)\right]=A_n\, C_d\sqrt{2g}\ \mathrm{t}$$

$$\pi h^{\frac{1}{2}}\left[\frac{32}{9}\frac{c^2}{a^2}+\frac{8b^2}{9}-\frac{32}{9}\frac{cb}{a}+\frac{2c^2}{a^2}-\frac{16c^2}{5a^2}-\frac{8}{5}\frac{bc}{a}\right]=A_n\, C_d\sqrt{2g}\ \mathrm{t}$$

$$\pi h^{\frac{1}{2}}\frac{c^2}{a^2}\left[\frac{32}{9}+2-\frac{16}{5}\right]+\frac{8b^2}{9}+\left(\frac{32}{9}-\frac{8}{5}\right)\frac{bc}{a}\Big]=A_n\, C_d\sqrt{2g}\ \mathrm{t}$$

$$\pi h^{\frac{1}{2}}\frac{c^2}{a^2}\left(\frac{160+90-144}{45}\right)\Big[+\frac{8b^2}{9}+\left(\frac{160-72}{45}\right)\frac{bc}{a}\Big]=A_n\, C_d\sqrt{2g}\ \mathrm{t}$$

می دانیم $\frac{D}{2}=\frac{-c}{a}$

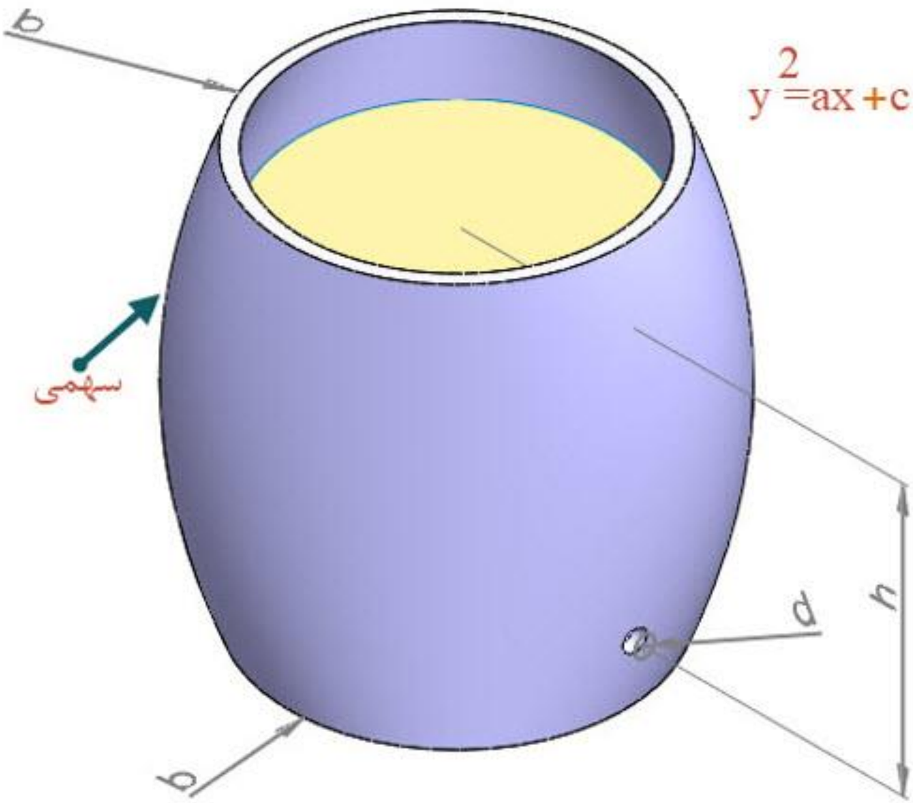
$$\pi h^{\frac{1}{2}}\frac{D^2}{4}\left(\frac{106}{45}\right)+\frac{8b^2}{9}+\left(\frac{88}{45}\,x\,\frac{-D}{2}\,b\right)=A_n\, C_d\sqrt{2g}\ \mathrm{t}$$

$$\pi h^{\frac{1}{2}}\left(\frac{53}{90}D^{2+}\frac{8b^2}{9}-\frac{88}{90}\mathrm{Db}=A_n\, C_d\sqrt{2g}\ \mathrm{t}\right.$$

$$\frac{\pi h^{\frac{1}{2}}}{90}\ (53D^{2+}80b^2-88\mathrm{Db})=A_n\, C_d\sqrt{2g}\ \mathrm{t}$$

$$\mathrm{t}=\frac{\pi\sqrt{h}(53D^{2+}80b^2-88\mathrm{Db})}{90A_n\, C_d\sqrt{2g}}$$

زمان تخلیه آب از چلیک

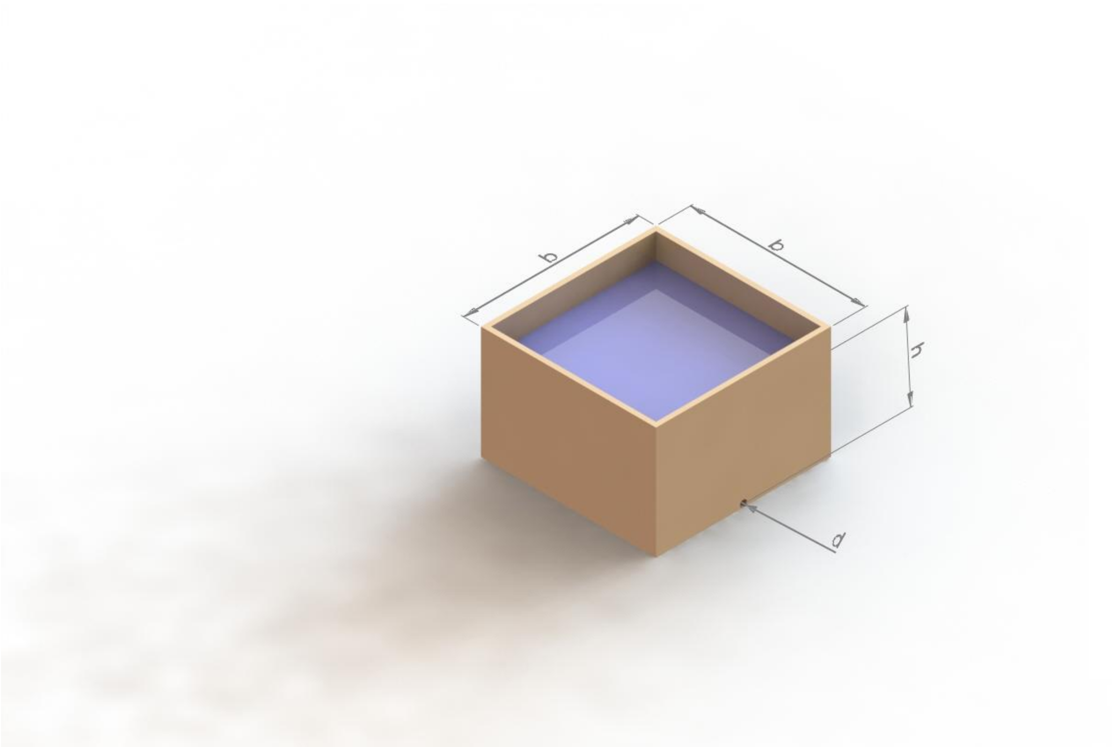


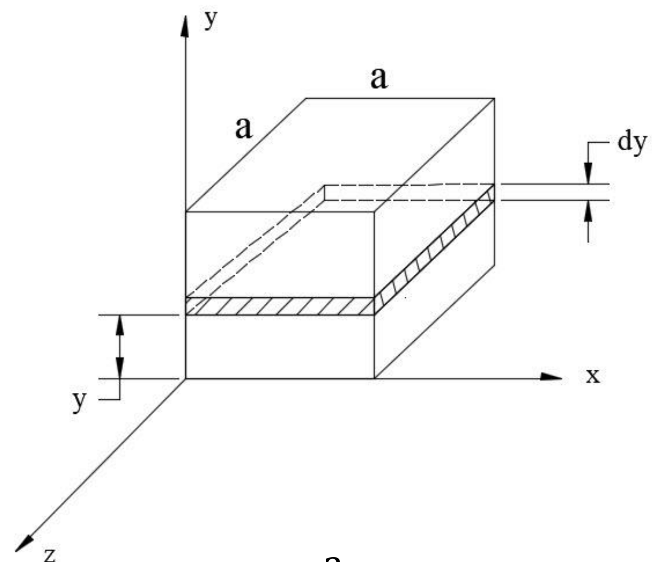
$$t = \frac{\pi\sqrt{h}(53D^{2}+80b^{2}-88Db)}{90A_{n}\,C_{d}\sqrt{2g}}$$

حجم

$$\forall = \frac{\pi h}{15}(2D^{2} + 0.75b^{2} + Db)$$

زمان تخلیه آب از مکعب





$$d\forall = a^2 dy$$

$$-d\forall = Q\mathrm{d}t$$

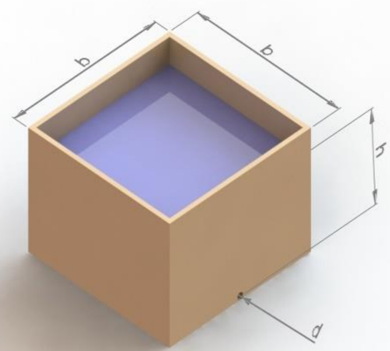
$$-a^2 dy = A_n\, C_d \sqrt{2gy}\,\mathrm{d}t$$

$$-a^2 y^{-1/2} dy = A_n\, C_d \sqrt{2g}\,\mathrm{d}t$$

$$-a^2 \int_h^0 y^{-\frac{1}{2}}\, dy = \int_0^t A_n\, C_d \sqrt{2g}\,\mathrm{dt}$$

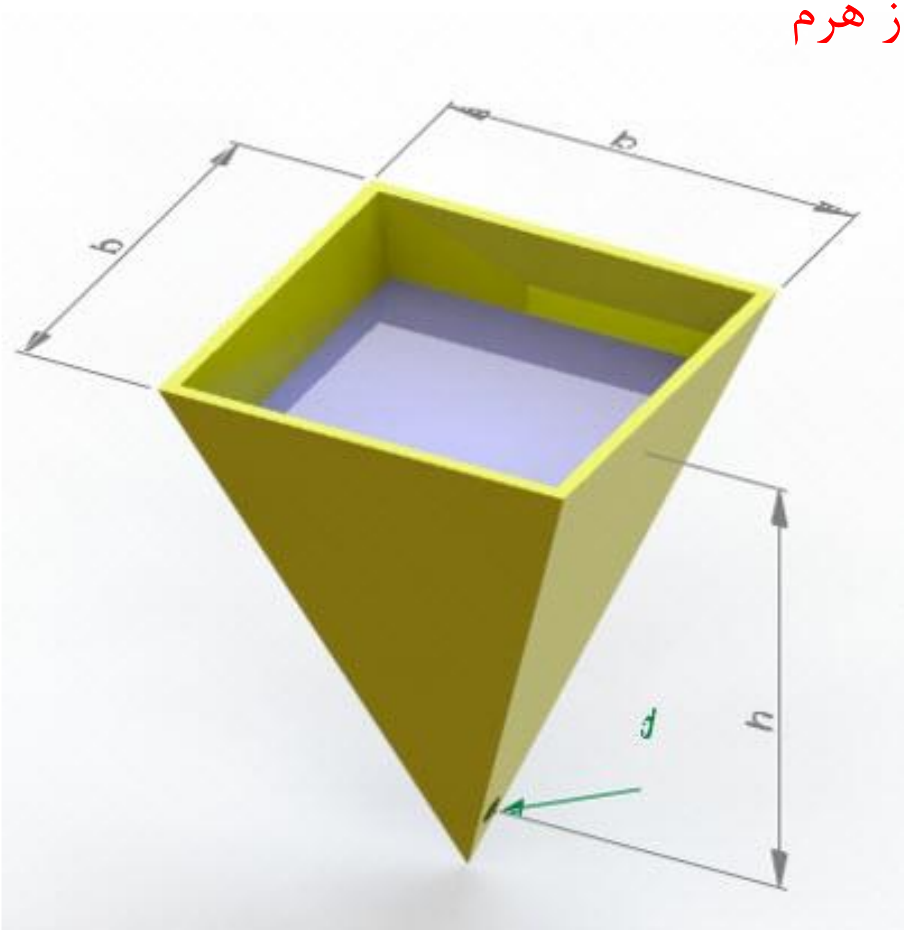
$$+a^2 \int_0^h y^{-\frac{1}{2}}\, dy = \int_0^t A_n\, C_d \sqrt{2g}\,\mathrm{dt}$$

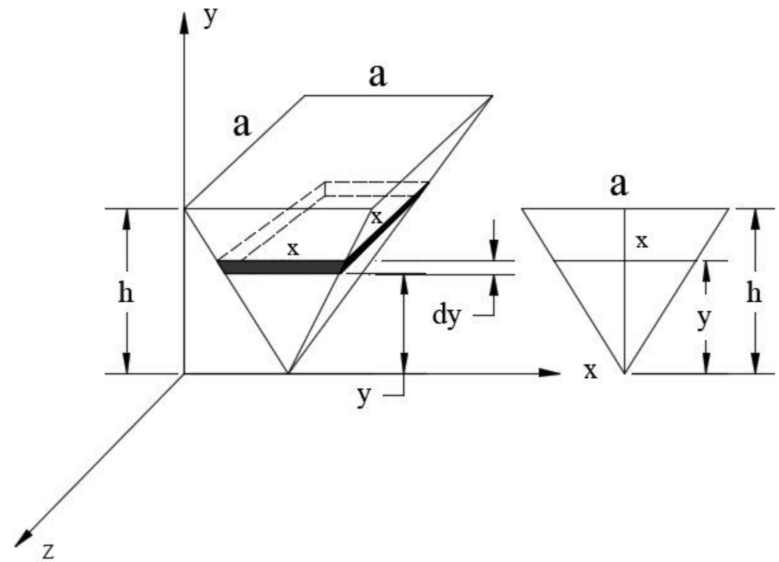
$$a^2 \left[2y^{\frac{1}{2}}\right]_0^h = A_n\, C_d \sqrt{2g}\ \mathrm{t}$$



$$\mathrm{t} = \frac{2a^2\sqrt{h}}{A_n\, C_d \sqrt{2g}}$$

زمان تخلیه آب از هرم





$$d\forall = x^2 dy$$

$$-d\forall = Qdt$$

طبق قضیه طالس

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{h}$$

$$-\frac{a^2}{h^2}y^2dy = A_n\, C_d\sqrt{2gy}dt$$

$$-\frac{a^2}{h^2}y^2y^{-1/2}dy = A_n\, C_d\sqrt{2g}dt$$

$$-\frac{a^2}{h^2}\int_h^0 y^{3/2}\,dy = \int_0^t A_n\, C_d\sqrt{2g}\,dt$$

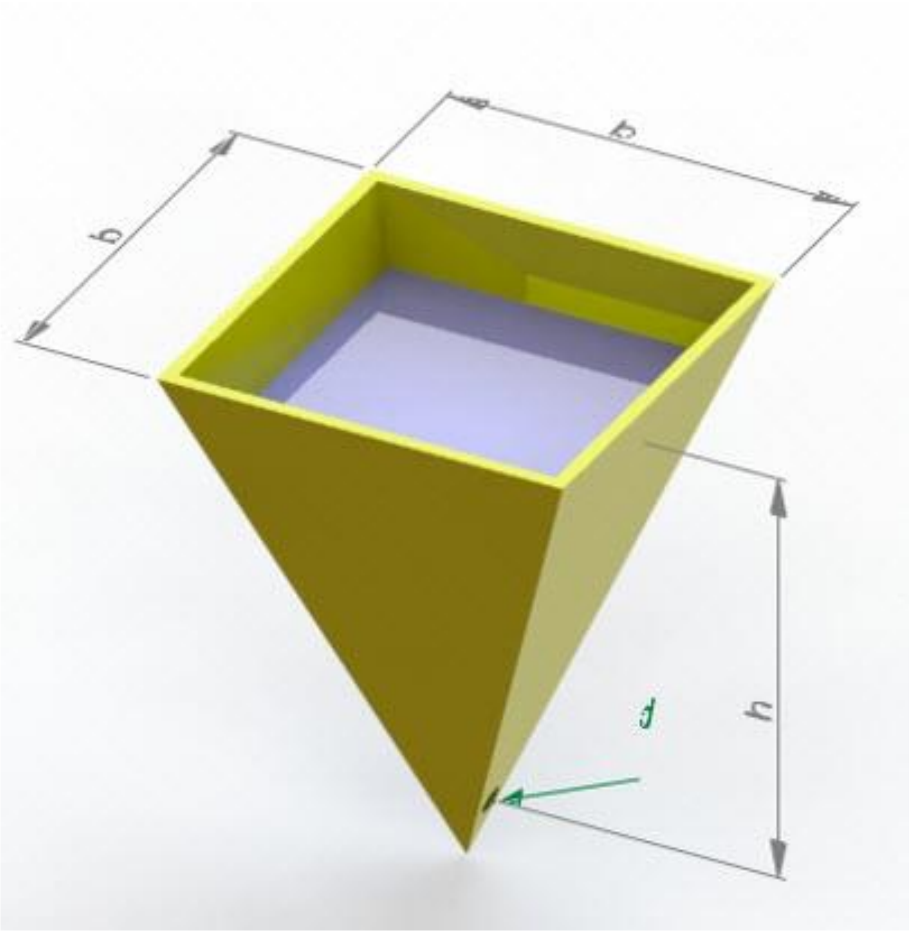
$$+\frac{a^2}{h^2}\int_0^h y^{3/2}\,dy = A_n\, C_d\sqrt{2g}t$$

$$\frac{a^2}{h^2}\left[\frac{2}{5}y^{5/2}\right]_0^h = A_n\, C_d\sqrt{2g}t$$

$$\frac{a^2}{h^2}(\frac{2}{5}h^{5/2}) = A_n\, C_d\sqrt{2g}t$$

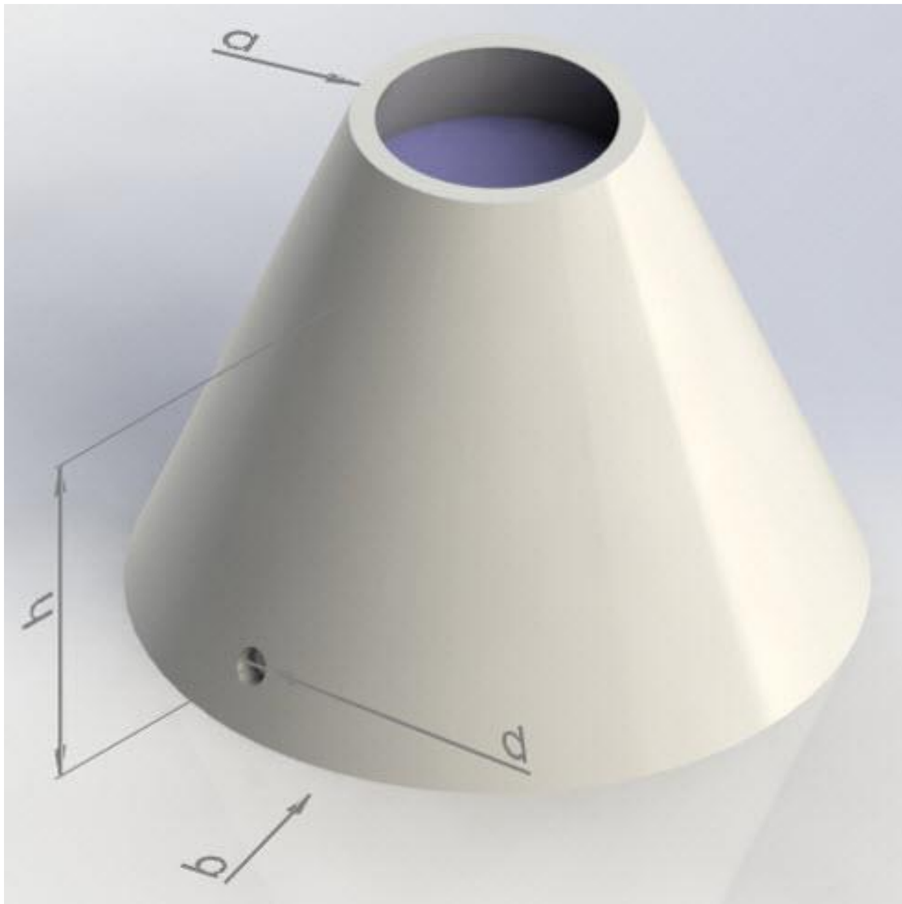
$$t=\frac{2a^2\sqrt{h}}{5A_n\, C_d\sqrt{2g}}$$

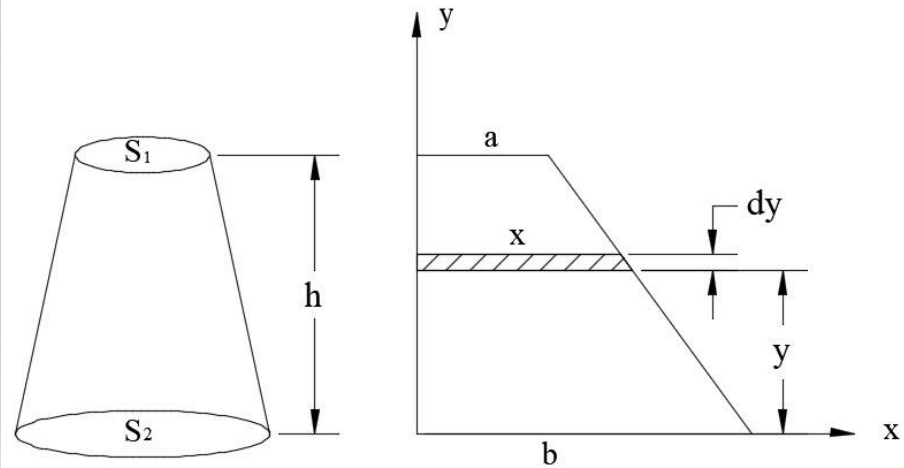
زمان تخلیه آب از هرم



$$t=\frac{2a^2\sqrt{h}}{5A_n\,C_d\sqrt{2g}}$$

زمان تخلیه آب از مخروط ناقص





طبق معادله خط

$$y = \frac{h}{a-b}(x-b)$$

$$x = \frac{a-b}{h}y + b$$

$$d\forall = \pi x^2 dy$$

$$-d\forall = Qdt$$

$$-\pi x^2 dy = A_n\, C_d\sqrt{2gy}\mathrm{dt}$$

$$-\pi\left[\frac{(a-b)^2}{h^2}y^2 + b^2 + \frac{2b}{h}(a-b)y\right]dy = A_n\, C_d\sqrt{2gy}\mathrm{dt}$$

$$-\pi\int_h^0 [\frac{(a-b)^2}{h^2}y^{\frac{3}{2}} + b^2 y^{-\frac{1}{2}} + \frac{2b}{h}(a-b)y^{\frac{1}{2}}]\,dy = \int_0^t A_n\, C_d\sqrt{2g}\,\mathrm{dt}$$

$$+\pi\int_0^h [\frac{(a-b)^2}{h^2}y^{\frac{3}{2}} + b^2 y^{-\frac{1}{2}} + \frac{2b}{h}(a-b)y^{\frac{1}{2}}]\,dy = \int_0^t A_n\, C_d\sqrt{2g}\,\mathrm{dt}$$

$$\pi[\frac{(a-b)^2}{h^2}\frac{2}{5}h^{\frac{5}{2}} + 2b^2 h^{\frac{1}{2}} + \frac{4b}{3h}(a-b)h^{\frac{3}{2}}]=A_n\, C_d\sqrt{2g}\ \ \mathrm{t}$$

$$\pi\sqrt{h}[\frac{(a-b)^2}{h^2}\frac{2}{5}h^{\frac{5}{2}} + 2b^2 h^{\frac{1}{2}} + \frac{4b}{3h}(a-b)h^{\frac{3}{2}}]=A_n\, C_d\sqrt{2g}\ \ \mathrm{t}$$

$$\pi\sqrt{h}[\frac{2(a-b)^2}{5} + 2b^2 + \frac{4b}{3}(a-b)]=A_n\, C_d\sqrt{2g}\ \ \mathrm{t}$$

$$\pi\sqrt{h}[\frac{2}{5}a^2 + \frac{2}{5}b^2 - \frac{4ab}{5} + 2b^2 + \frac{4ab}{5} - \frac{4}{3}b^2]=A_n\, C_d\sqrt{2g}\ \ \mathrm{t}$$

$$\pi\sqrt{h}\left(\frac{2}{5}\right)(a^2+\frac{8}{3}b^2+\frac{4}{3}\text{ab})=A_n\ C_d\sqrt{2g}\ \text{t}$$

$$S_1=\pi a^2 \quad S_2=\pi b^2 \quad S_1S_2=\pi^2a^2b^2 \rightarrow \sqrt{S_1S_2}=\pi ab$$

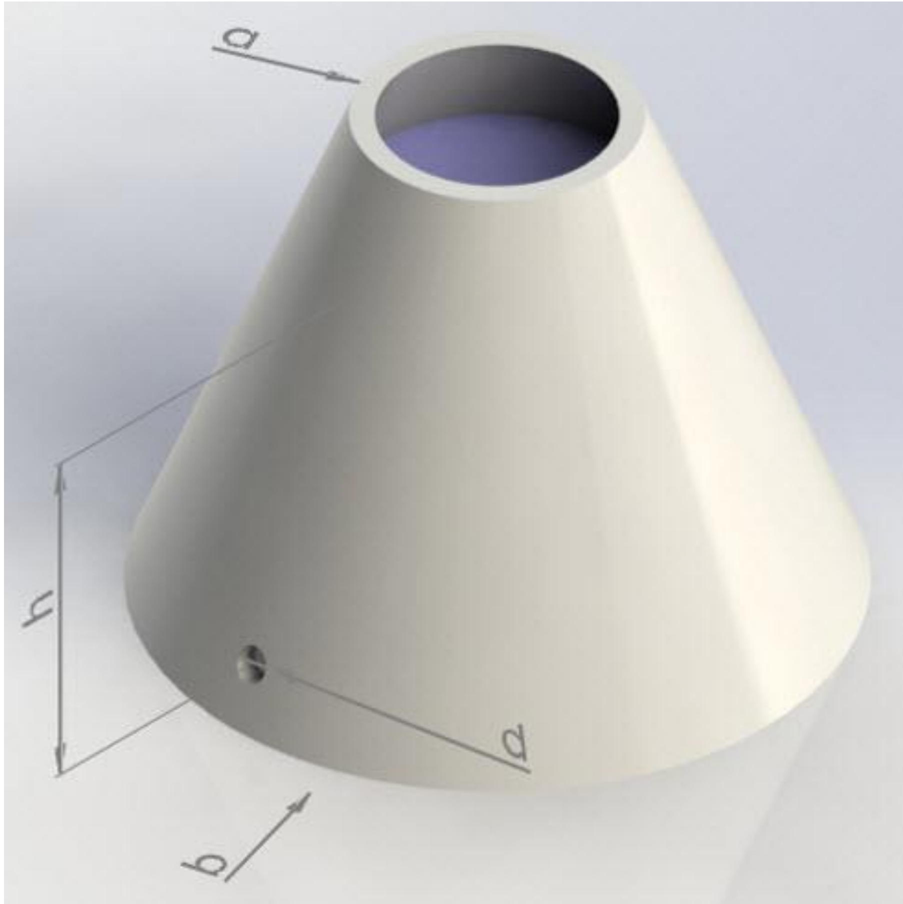
$$\sqrt{h}\left(\frac{2}{5}\right)(S_1+\frac{8}{3}S_2+\frac{4}{3}\sqrt{S_1S_2}+)=A_n\ C_d\sqrt{2g}\ \text{t}$$

$$\text{t}=\frac{2\sqrt{h}\left(S_1+\frac{8}{3}S_2+\frac{4}{3}\sqrt{S_1S_2}\right)}{5A_n\ C_d\sqrt{2g}}$$

اگر $S_1=S_2$ باشد تبدیل به استوانه خواهد شد

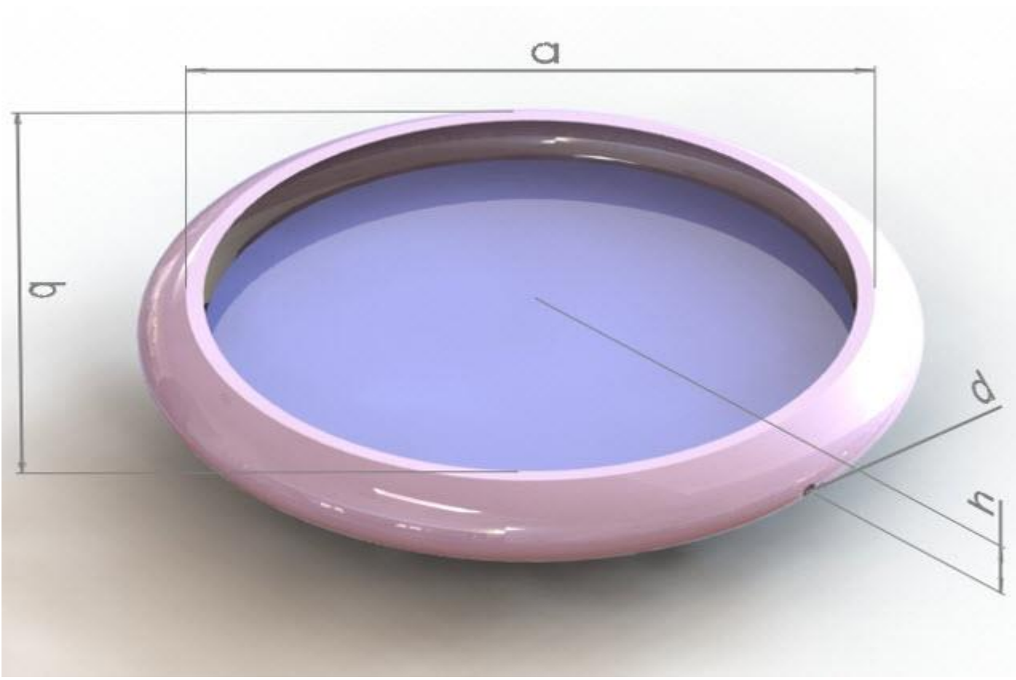
$$\text{t}=\frac{2\sqrt{h}(\frac{15}{3}S)}{5A_n\ C_d\sqrt{2g}}=\frac{2S\sqrt{h}}{A_n\ C_d\sqrt{2g}}=\frac{\pi D^2h^{1/2}}{\sqrt{8}A_n\ C_d\sqrt{g}}$$

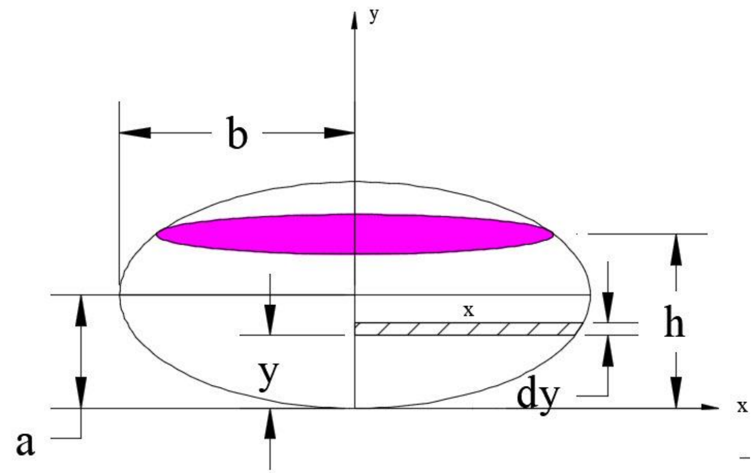
زمان تخلیه آب از مخروط ناقص



$$t=\frac{2\sqrt{h}\left(S_1+\frac{8}{3}S_2+\frac{4}{3}\sqrt{S_1S_2}\right)}{5A_n\,C_d\sqrt{2g}}$$

زمان تخلیه آب از مخزن بیضوی شکل





معادله بیضی

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$d\forall=\pi x^2 dy$$

$$-d\forall=Q\,dt$$

$$-\pi x^2 dy = A_n\, C_d \sqrt{2gy}\,dt$$

$$-\pi x^2 dy = A_n\, C_d\sqrt{2gy}\mathrm{dt}$$

$$x^2 = \frac{a^2}{b^2}(b^2 - y^2)$$

$$-\pi\left(\frac{a^2}{b^2}\right)(b^2 - y^2)dy = A_n\, C_d\sqrt{2gy}\mathrm{dt}$$

$$-\pi\left(\frac{a^2}{b^2}\right)(b^2 y^{-1/2} - y^{3/2})dy = A_n\, C_d\sqrt{2g}\mathrm{dt}$$

$$-\pi\left(\frac{a^2}{b^2}\right)\int_h^0 (b^2 y^{-1/2} - y^{3/2})dy = \int_0^t A_n\, C_d\sqrt{2g}\mathrm{dt}$$

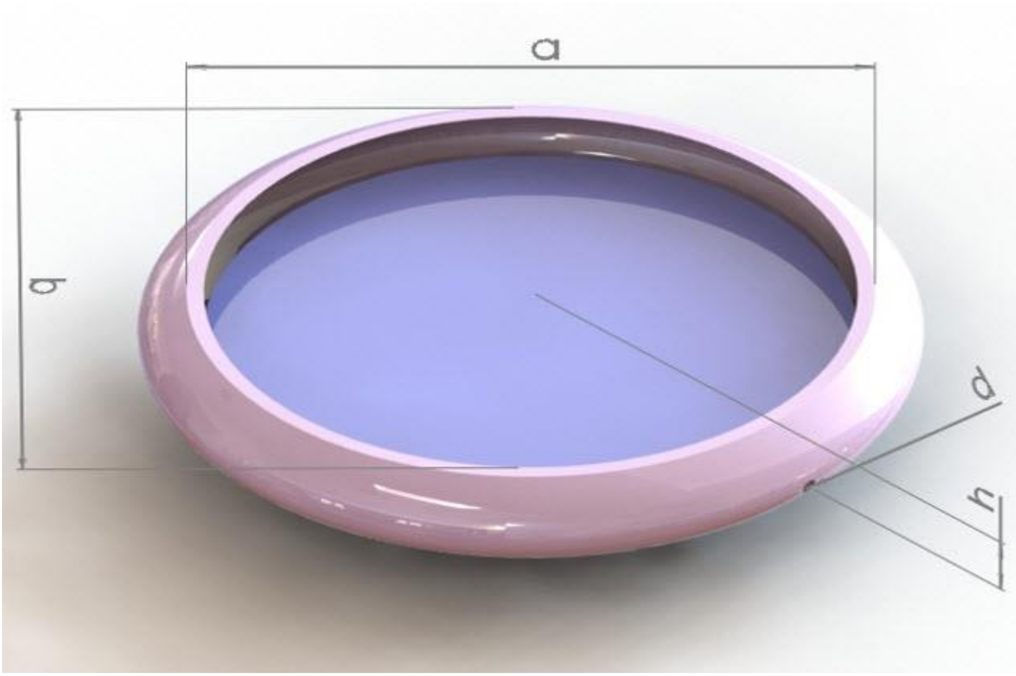
$$+\pi\left(\frac{a^2}{b^2}\right)\int_0^h (b^2 y^{-1/2} - y^{3/2})dy = \int_0^t A_n\, C_d\sqrt{2g}\mathrm{dt}$$

$$+\pi\left(\frac{a^2}{b^2}\right)\left[2b^2 y^{1/2} - \frac{2}{5}y^{5/2}\right]_0^h = A_n\, C_d\sqrt{2g}\ \mathrm{t}$$

$$+\pi\left(\frac{a^2}{b^2}\right)[2b^2 h^{\frac{1}{2}} - \frac{2}{5}h^{\frac{5}{2}}] = A_n\, C_d\sqrt{2g}\ \mathrm{t}$$

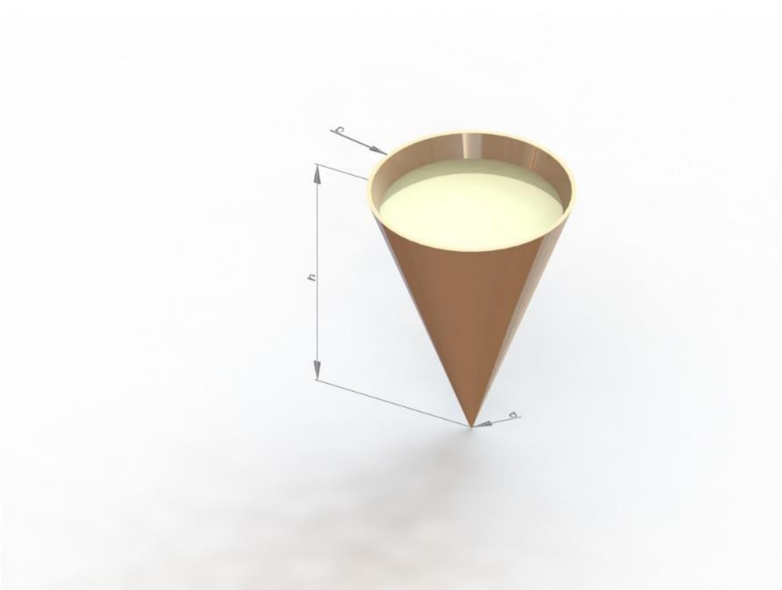
$$+\pi\left(\frac{2a^2}{5b^2}\right)[5b^2 - h^2]h^{1/2} = A_n\, C_d\sqrt{2g}\ \mathrm{t}$$

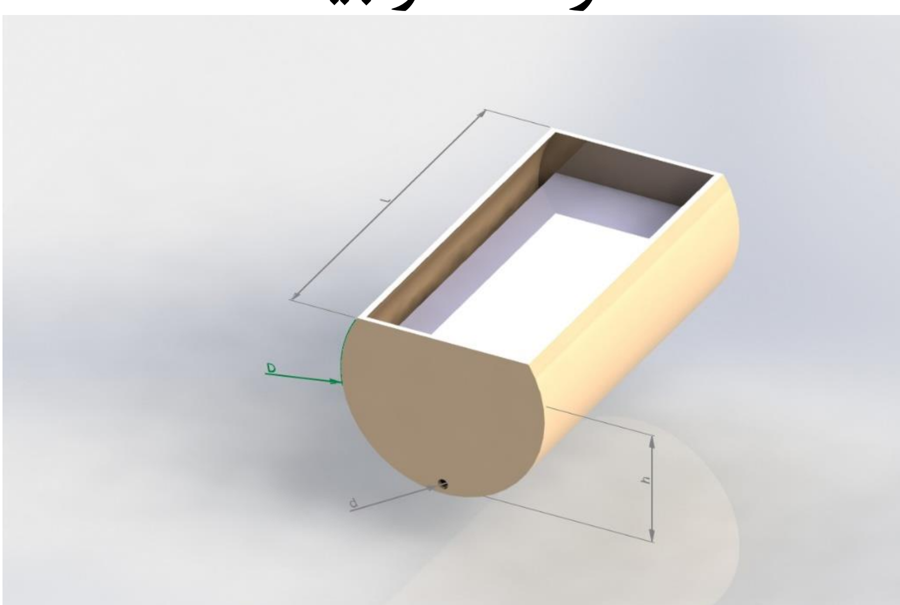
$$t = \frac{2\pi a^2\sqrt{h}\,(5b^2 - h^2)}{5A_n\, C_d\sqrt{2g}}$$

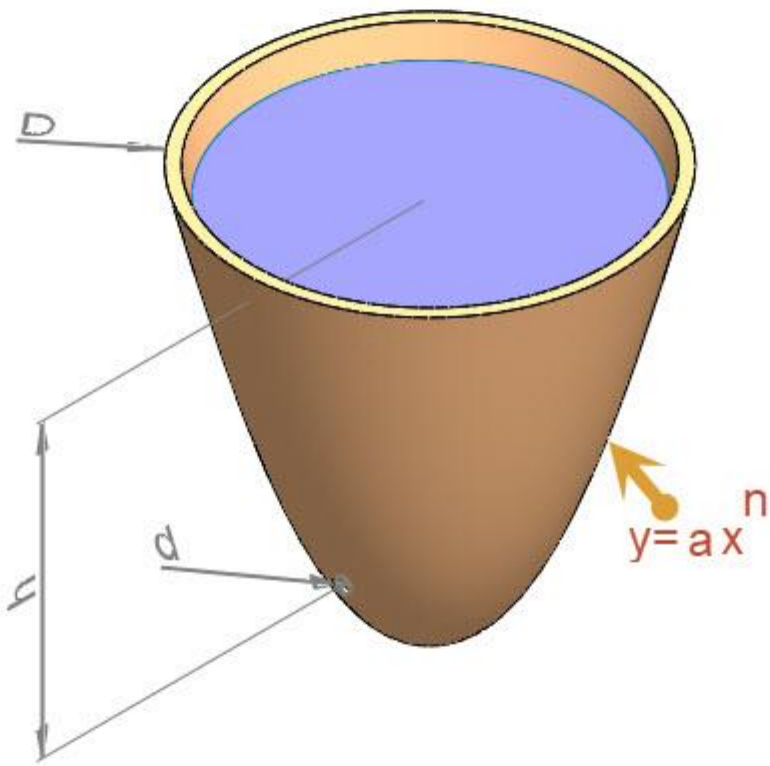


$$t = \frac{2\pi a^2\sqrt{h}\,(5b^2 - h^2)}{5A_n\,C_d\sqrt{2g}}$$

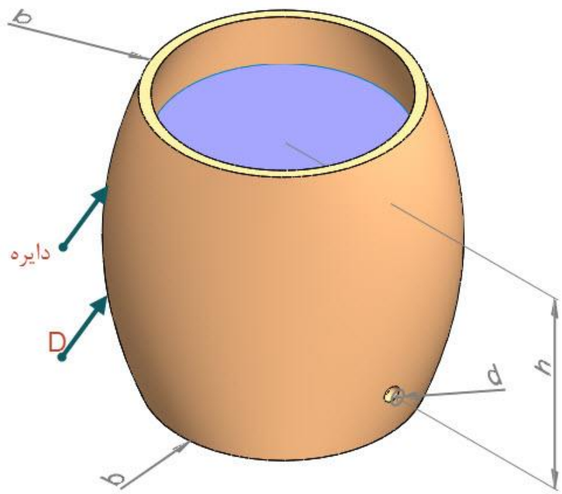
زمان تخلیه آب از اشکال مختلف هندسی

زمان تخلیه	شکل
$t=\frac{\pi D^2\sqrt{h}}{\sqrt{8g}A_nC_d}$	استوانه 
$t=\frac{\pi D^2\sqrt{h}}{10A_nC_d\sqrt{2g}}$ $t=\frac{\sqrt{2}h^{5/2}tan^2\theta}{5A_nC_d\sqrt{g}}$	مخروط 

کُره 	$t = \frac{\pi\sqrt{2}h^{\frac{3}{2}}\,(D - \frac{3}{5}h)}{3A_n\, C_d\sqrt{2g}}$
استوانه خوابیده 	$t = \frac{L\sqrt{8}\left[D^{3/2} - (D-h)^{3/2}\right]}{3A_n C_d\sqrt{2g}}$

کله قندی 	$t=\frac{\pi b^{2}\sqrt{h}\ [\frac{2n}{4+n}]}{A_n\ C_d\sqrt{2g}}$

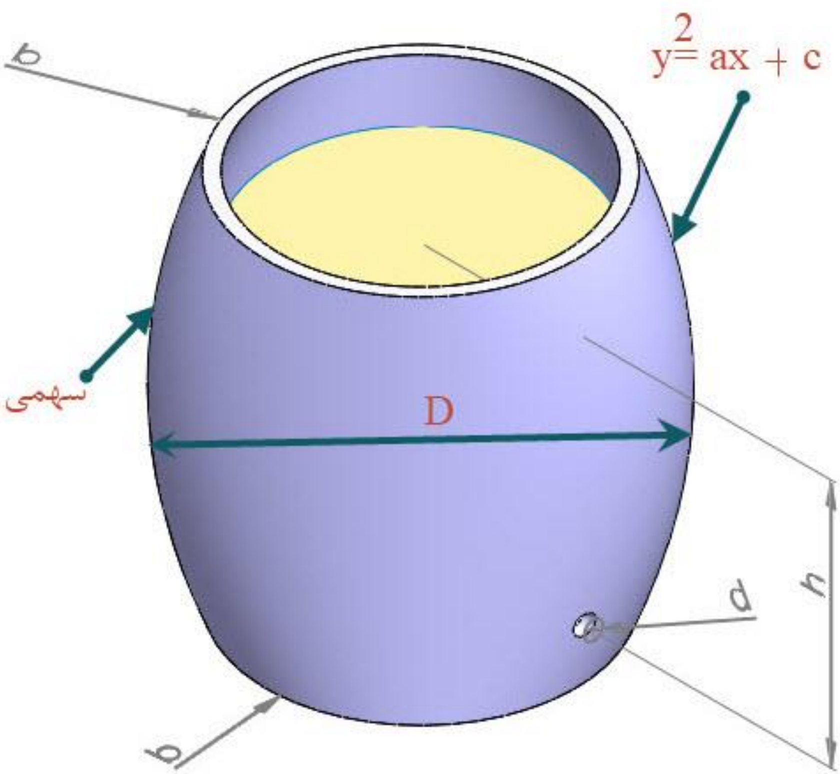
چلیک



$$t = \frac{\pi\sqrt{h}\ (D^2 + 4b^2)}{10A_n\, C_d\sqrt{2g}}$$

حجم این چلیک

$$\forall = \frac{\pi h\ (2D^2 + b^2)}{12}$$

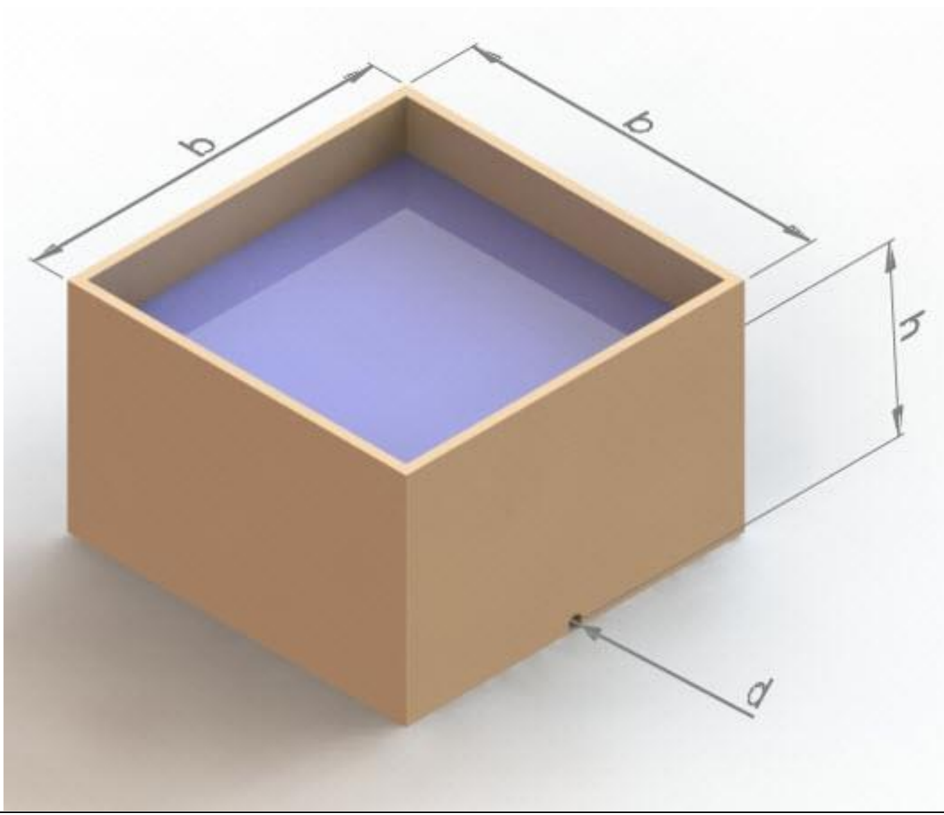


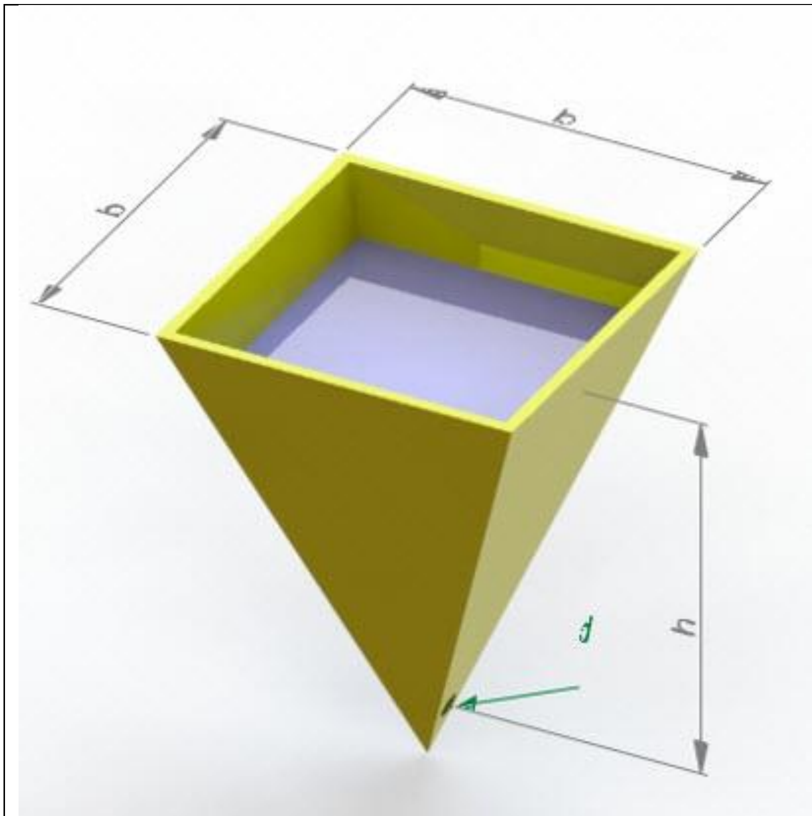
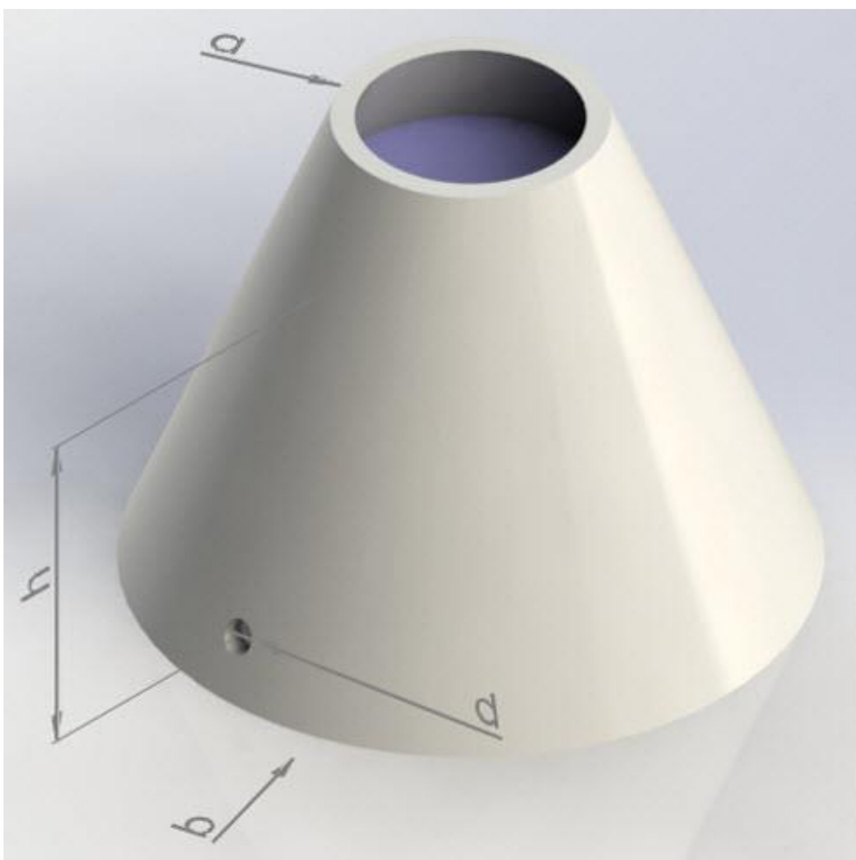
چلیک

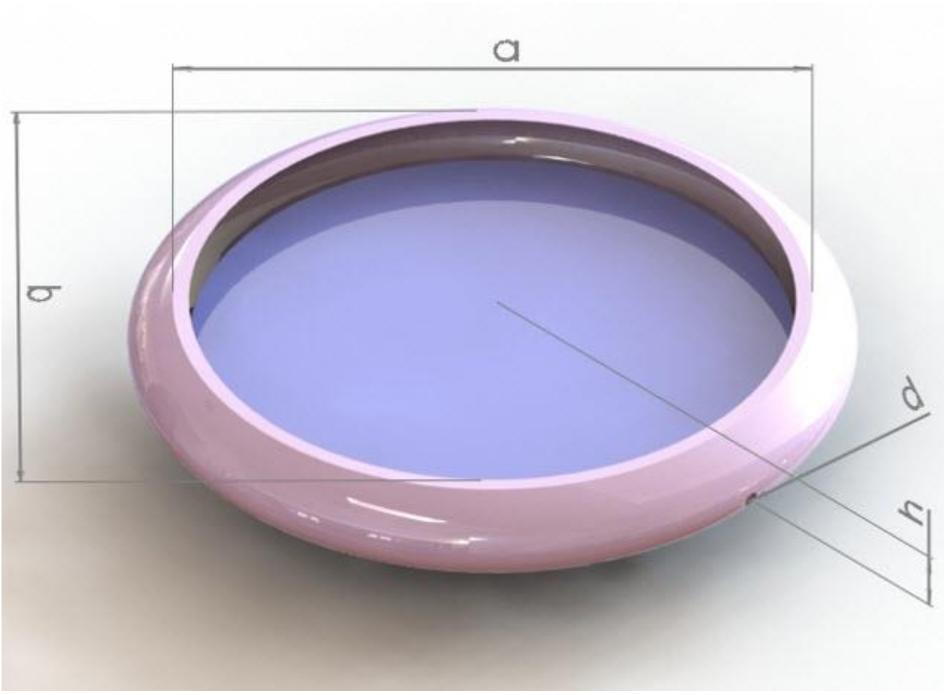
$$t = \frac{\pi\sqrt{h}(53D^2 + 80b^2 - 88Db)}{90A_n\, C_d\sqrt{2g}}$$

حجم

$$\forall = \frac{\pi h}{15}(2D^2 + 0.75b^2 + Db)$$

مكعب 	$t=\frac{2a^2\sqrt{h}}{A_n\ C_d\sqrt{2g}}$

	هرم $t=\frac{2a^2\sqrt{h}}{5A_n\,C_d\sqrt{2g}}$
	مخروط ناقص $t=\frac{2\sqrt{h}(S_1+\frac{8}{3}S_2+\frac{4}{3}\sqrt{S_1S_2})}{5A_n\,C_d\sqrt{2g}}$

<table>
<tr>
<td>مخزن بيضوى

</td>
<td>$$t = \frac{2\pi a^2\sqrt{h}\,(5b^2 - h^2)}{5A_n\,C_d\sqrt{2g}}$$</td>
</tr>
</table>